

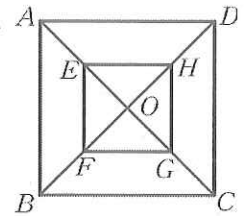
範圍：第三冊第 3 章全 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題 (每題 9 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個以上不給分)

1. () 如右圖所示， O 為正方形 $ABCD$ 對角線的交點，且 E, F, G, H 分別為線段 \overline{OA} ,

\overline{OB} , \overline{OC} , \overline{OD} 的中點，試問下列選項哪些是正確的？

- (A) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{EF}$ (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{GC}$
 (C) 內積 $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GF}) \cdot \overrightarrow{AE} = 0$ (D) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{BO}$
 (E) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{OE}$ 。



2. () 對於 $\triangle ABC$ ，已知 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ，且 $\overrightarrow{GA} = 2$ ， $\overrightarrow{GB} = 6$ ， $\overrightarrow{GC} = 2\sqrt{7}$ ，試問下列何者真確？

- (A) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = -6\sqrt{3}$ (C) $\angle AGB = 150^\circ$ (D)
 (E) $|\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC}| = 2\sqrt{13}$ (E) $\triangle ABC$ 的面積為 $9\sqrt{3}$ 。

3. () 若 $a \in R$ ，且兩直線： $L_1: 2x + (3-a)y = a+5$ ， $L_2: (3-a)x + 2y = 7-a$ ，試問下列哪些選項是真確的？

(A) 當 $a=2$ 時，兩直線夾角之正弦值為 $\frac{4}{5}$ (B) 當兩直線平行的時候，則 a 恰有一解

(C) 當兩直線垂直的時候，則行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 3-a \\ 3-a & 2 \end{vmatrix} = 0$ (D) 當行列式 $\begin{vmatrix} a+5 & 3-a \\ 7-a & 2 \end{vmatrix} =$

$\begin{vmatrix} 2 & a+5 \\ 3-a & 7-a \end{vmatrix} = 0$ 時，則兩直線重合 (E) 若方程式 $\begin{cases} 2x + (3-a)y = a+5 \\ (3-a)x + 2y = 7-a \end{cases}$ 無解時，則兩直

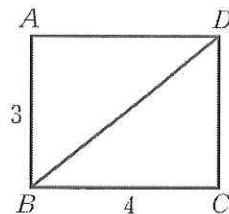
線距離 $d(L_1, L_2) = 2\sqrt{3}$ 。

二、填充題 (每個空格 7 分，共 63 分)，分數答案皆化成最簡分數

1. 設 $A(1, k)$, $B(-3, 2)$, $C(3, 5)$ 為坐標平面上三點， O 為原點，若向量 \overrightarrow{OA} 與 \overrightarrow{OB} 在向量 \overrightarrow{OC} 向上的正射影相同，求 k 之值。_____。

2. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$ ，求 $\begin{vmatrix} 3a-2c & 2a+3c \\ 3b-2d & 2b+3d \end{vmatrix}$ 之值為_____。

3. 如右圖，長方形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ，若 \overrightarrow{BC} 在 \overrightarrow{BD} 上的正射影為 $r\overrightarrow{BD}$ ，其中 $r \in \mathbb{R}$ ，求 r 之值為_____。



4. 對於 $\triangle ABC$ ， P 為其內部一點且滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ，則 $\triangle PAB$ 面積與 $\triangle ABC$ 面積比值為_____。

5. 坐標平面上 O 為原點，設 $\overrightarrow{u} = (1, 0)$ ， $\overrightarrow{v} = (3, 4)$ 。令 Ω 為滿足 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ ， $-3 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ，求 Ω 的面積為_____。

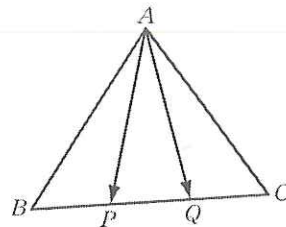
背面有題

6. 設 x, y 為正實數，且 $x+y=16$ ，當 $\frac{1}{x} + \frac{9}{y}$ 有最小值時，則此時 x, y 之值各為_____。

7. 坐標平面上有一面積為 48 的凸四邊形，其四個頂點的坐標按逆時針方向依序為 $(0, 0)$ 、 $(4, 3)$ 、 $(x, 2x)$ 及 $(2, 7)$ ，則 $x=_____$ 。

8. 如下圖，設正三角形 ABC 的邊長為 6，若 P, Q 兩點在 \overline{BC} 上，且 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$ 。求內積：

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 之值為_____。



9. 求過點 $(1, -4)$ 且與直線 $3x+4y-2=0$ 交成 45° 角的直線方程式為_____。(有兩解，全對才給分)

三、計算證明題 (無計算證明過程不予計分，共 10 分)

1. 請利用向量運算，試證明：「平行四邊形定理：設 $ABCD$ 為一平行四邊形，

試證： $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = 2(\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2)$ 」。

背面有題

桃園市立武陵高級中學 108 學年度第一學期 高二數學科(社會組) 期末考

範圍：第三冊第 3 章全 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 9 分，錯一個選項得 6 分，錯兩個選項得 3 分，錯三個以上得 0 分)

1	2	3
(A)(B)(C)(D)	(A)(E)	(B)(D)

二、填充題(每個空格 7 分，共 63 分)

※分數答案皆化成最簡分數

1	2	3	4	5
$-\frac{2}{5}$	26	$\frac{16}{25}$	$\frac{1}{3}$	7
6	7	8	9	
$x=4, y=12$	12	26	$7x+y-3=0$ $x-7y-29=0$	

三、計算證明題 (無計算證明過程不予計分，共 10 分)

1

請利用向量運算，試證明：「平行四邊形定理：設 $ABCD$ 為一平行四邊形，
試證： $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = 2(\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2)$ 」。

【證明】
如右圖，
 $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ ，
 $\overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB}$ 。

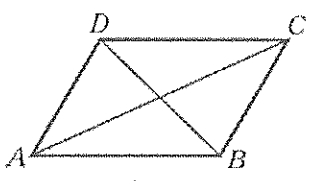


圖 3-59

故 $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = |\overline{AC}|^2 + |\overline{BD}|^2$
 $= |\overline{AB} + \overline{AD}|^2 + |\overline{AD} - \overline{AB}|^2$
 $= |\overline{AB}|^2 + 2\overline{AB} \cdot \overline{AD} + |\overline{AD}|^2 + |\overline{AD}|^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{AD} + |\overline{AB}|^2$
 $= 2(|\overline{AB}|^2 + |\overline{AD}|^2)$
 $= 2(\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2)$ 。

故得證之。