

302-315

武陵高中 108 學年度上學期高三自然組第二次期中考數學科題目卷

範圍：選修數學(甲)上 Ch.2

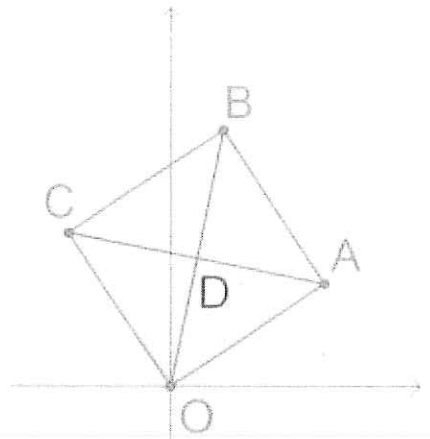
一、多選題(1 題 8 分，共 16 分)

(錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答得 0 分)

1. 考慮函數 $f(x) = 2 \sin(3x + 6) + 4$ ，試問下列哪些選項正確？

- (1) $2 \leq f(x) \leq 6$
- (2) $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 有最大值
- (3) $f(x)$ 的週期為 $\frac{3}{2}\pi$
- (4) 將 $y = \sin x$ 的圖形先水平伸縮 $\frac{1}{3}$ 倍，鉛直伸縮 2 倍，再向左平移 6 單位，向上平移 2 單位，可得函數 $y = f(x)$ 的圖形
- (5) 將 $y = \sin x$ 的圖形先水平伸縮 3 倍，鉛直伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍，再向左平移 6 單位，向上平移 2 單位，可得函數 $y = f(x)$ 的圖形

2. 如圖，在複數平面上， O 為原點， z_1, z_2, z_3, z_4 在複數平面上所對應之點分別為 A, B, C, D ，且 D 為正方形 $OABC$ 兩對角線的交點，試問下列哪些選項正確？



- (1) $z_2 = \sqrt{2} z_4$
- (2) $z_2 = z_1 \cdot (1 + i)$
- (3) $z_3 = z_2 - z_1$
- (4) $z_1 - z_2 = (z_3 - z_2) \cdot i$
- (5) $|z_1 - z_4| = |z_2 - z_4|$

二、填充題(1 格 6 分，共 60 分)

1. 已知一扇形之周長為 9，則此扇形面積最大為 _____ 平方單位。

2. 求 $(\frac{1+\sqrt{3}i}{-1+i})^{12}$ 的值為 _____。(請寫成 $a + bi$ 的形式，其中 $a, b \in R$)

3. 試求 $\frac{2(\cos 137^\circ + i \sin 137^\circ)(\cos 317^\circ + i \sin 223^\circ)}{\cos(-34^\circ) + i \sin(-326^\circ)}$ = _____。(請寫成 $a + bi$ 的形式，其中 $a, b \in R$)

4. 若 a, b 為實數, $z_1 = 2 - \sqrt{3}a + ai$, $z_2 = \sqrt{3}b - 1 + (\sqrt{3} - b)i$, 若 $|z_1| = |z_2|$,
且 $\text{Arg}\left(\frac{z_2}{z_1}\right) = \frac{3}{2}\pi$, 則數對 $(a, b) =$ _____。
5. 設 $z = 1 - \cos 160^\circ + i \sin 160^\circ$, 則 $\text{Arg}(z) =$ _____。
6. 若 $0 \leq x \leq \pi$, 則 $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x + 3$ 之最小值為 _____。
7. 若 x 為任意實數, 則 $f(x) = \sin x + \cos x - \sin x \cdot \cos x + 2$ 最大值為 _____。
8. 在所有滿足 $|z + 1| - |z - i| = 0$ 的複數 z 中, $|z + i|$ 的最小值為 _____。
9. 設 $z_1 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$, $z_2 = \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}$, 及 $z_1 \cdot z_2$ 在複數平面上所對應之點分別為 P ,
 Q, R , 則 $\cos \angle RPQ =$ _____。
10. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$, 若將 $1, \omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5, \omega^6$ 標在複數平面上, 分別得到
 $O, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ 七個點, 則 $\overline{OP_1} \cdot \overline{OP_2} \cdot \overline{OP_3} \cdot \overline{OP_4} \cdot \overline{OP_5} \cdot \overline{OP_6} =$ _____。

三、計算題(每題 12 分, 共 24 分)(請詳列計算過程, 否則不予計分)

1. 設 $a > b$, $f(x) = a \cdot \cos^2 x + \sqrt{3}(a - b) \cdot \cos x \cdot \sin x + b \cdot \sin^2 x$,
(1) 若 $f(x)$ 之最大值為 10, 最小值為 -2, 則 $a =$ _____, $b =$ _____。(3 分, 3 分)
(2) 承上, 若 $0 \leq x \leq \pi$ 且 $f(x) \geq 7$, 則 x 之範圍為 _____。(6 分)
2. (1) 解方程式 $x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ 。(請寫成 $a + bi$ 的形式, 其中 $a, b \in R$)(6 分)
(2) 於(1)中, 其解在複數平面上的對應點構成一個六邊形, 求此六邊形的面積。(6 分)

武陵高中 108 學年度上學期高三自然組第二次期中考數學科答案卷

範圍：選修數學(甲)上 Ch.2

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題(1 題 8 分，共 16 分)

(錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答得 0 分)

1.	2.
----	----

二、填充題(1 格 6 分，共 60 分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

三、計算題(每題 12 分，共 24 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1. 設 $a > b$ ， $f(x) = a \cdot \cos^2 x + \sqrt{3}(a - b) \cdot \cos x \cdot \sin x + b \cdot \sin^2 x$ ，

(1)若 $f(x)$ 之最大值為 10，最小值為 -2，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(3 分，3 分)

(2)承上，若 $0 \leq x \leq \pi$ 且 $f(x) \geq 7$ ，則 x 之範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(6 分)

2. (1) 解方程式 $x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ 。(請寫成 $a + bi$ 的形式，其中 $a, b \in R$) (6 分)

(2) 承上，於(1)中，其解在複數平面上的對應點構成一個六邊形，求此六邊形的面積。(6 分)

202-315

武陵高中 108 學年度上學期高三自然組第二次期中考數學科解答

範圍：選修數學(甲)上 Ch.2

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題(1 題 8 分，共 16 分)

(錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上或未作答得 0 分)

1.	1	2.	2345
----	---	----	------

二、填充題(1 格 6 分，共 60 分)

1.	$\frac{81}{16}$	2.	-64	3.	$1 + \sqrt{3}i$	4.	$(\frac{1 + \sqrt{3}}{2}, \frac{1 + \sqrt{3}}{2})$	5.	10°
6.	2	7.	3	8.	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	9.	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	10.	7

三、計算題(每題 12 分，共 24 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1. 設 $a > b$, $f(x) = a \cdot \cos^2 x + \sqrt{3}(a - b) \cdot \cos x \cdot \sin x + b \cdot \sin^2 x$,

(1) 若 $f(x)$ 之最大值為 10，最小值為 -2，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(3 分，3 分)

(2) 承上，若 $0 \leq x \leq \pi$ 且 $f(x) \geq 7$ ，則 x 之範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(6 分)

ANS :

(1) $a = 7, b = 1$

(2) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$

2. (1) 解方程式 $x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ 。(請寫成 $a + bi$ 的形式，其中 $a, b \in R$) (6 分)

(2) 於(1)中，其解在複數平面上的對應點構成一個六邊形，求此六邊形的面積。(6 分)

ANS :

(1) $x_k = \cos \frac{k\pi}{4} + i \sin \frac{k\pi}{4}$, $k = 1, 2, 3, 5, 6, 7$

$x = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, 0 + i, -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i, 0 - i, \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

(2) $1 + \sqrt{2}$ 平方單位。