

市立武陵高中108學年度第一學期一年級數學科第二次期中考題目卷(108.12.04)

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

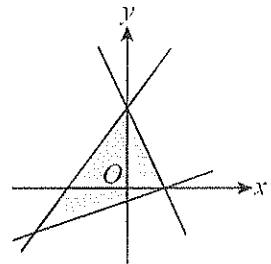
一、多選題【每題8分，答錯1選項得5分，錯2選項得2分，錯3選項以上得0分，共16分】

1. 設 $C: x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$ 為坐標平面上的圓。試問下列哪些選項是正確的？

- (A) 圓 C 上恰有兩個點與點 $A(0, 1)$ 的距離等於 1。
- (B) 圓 C 上的任一點 $P(x_0, y_0)$ 都滿足 $-3x_0 + 4y_0 - 9 > 0$ 。
- (C) 圓 C 上恰有四個點與直線 $-3x + 4y - 24 = 0$ 的距離等於 2。
- (D) 圓 C 上恰有兩個點與直線 $-3x + 4y - 19 = 0$ 的距離等於 2。
- (E) 圓 C 上恰有兩個點與直線 $-3x + 4y - 4 = 0$ 的距離等於 2。

2. 已知聯立不等式 $\begin{cases} ax + by + b \geq 0 \\ 2x + y + c \leq 0 \\ dx + ey + f \geq 0 \end{cases}$ 之解的範圍如右圖，請選出正確的選項。

- (A) $a > 0$ (B) $b < 0$ (C) $de < 0$
 (D) $f < 0$ (E) a, b, c, d, e, f 中恰有三個為正數



二、填充題【共9題，每題6分，答案若為分數請以最簡分數表示，共54分】

1. 坐標平面上，設 P, A, B 為圖形 $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ 上三點，其中 P 點坐標為 $(0, -3)$ ， A 點坐標為 $(7, -2)$ ，且 $\angle APB$ 為直角，則 B 點坐標為_____。

2. 若方程式 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2k + 1 = 0$ 的圖形為一圓，且點 $(0, 1)$ 在此圓外，求實數 k 的範圍_____。

3. 設兩直線 $L_1: 3x + (2a + 1)y = -a - 2$ 、 $L_2: (a - 3)x - 2y = 2a$ 不相交，求實數 a 的值_____。

4. 一多項式 $f(x)$ 其係數和為 77，若 $f(x)$ 除以 $x^2 + 2x + 3$ 的商式為 $Q(x)$ ，餘式為 $2x + 3$ ，則 $Q(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為_____。

5. 過第二象限的直線 L 與 $x + 2y = 1$ 垂直，且與圓 $C: x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$ 相切，求 L 的方程式_____。

6. 若直線 $L: ax + by + 1 = 0$ (其中 $a > 0$ 且 $b > 0$) 始終平分圓 $C: x^2 + y^2 + 8x + 2y + 1 = 0$ 的周長，求 ab 的最大值_____。

7. 已知 $A(3, 0)$ 、 $B(0, 4)$ 、圓 $C: x^2 + y^2 = 4$ ，且 P 是圓 C 上的動點，求 $\triangle ABP$ 面積的最大值_____。

8. 與 x 軸相切於 $(4, 0)$ 且與直線 $L: 3x - 4y + 6 = 0$ 相切的圓方程式為_____。

9. 已知圓 $C: (x-11)^2 + (y-9)^2 = 9$ 及點 $A(-4, 6)$ 。今自 A 發射出一束光線，到達 x 軸上的一點 P ，經 x 軸反射後會與圓 C 相交，求所有可能的 P 點所在範圍之長度_____。

三、計算證明題【3 大題，答案若為分數請以最簡分數表示，共 30 分】

1. 設 a, b, c, d, e 為實數，且 $f(x) = 2x^4 + 5x^3 + 8x - 7$ ，

今將 $f(x)$ 表成 $a(x+2)^4 + b(x+2)^3 + c(x+2)^2 + d(x+2) + e$ ，求：

(1) a, b, c, d, e 之值分別為_____。(5分)

(2) $f(-2.003)$ 的近似值為_____。(四捨五入取至小數點後第三位) (3分)

(3) 若以 $(2x+4)^2$ 除 $f(x)$ 的商式為 $s(2x+4)^4 + t(2x+4)^3 + u(2x+4)^2 + v(2x+4) + w$ ，

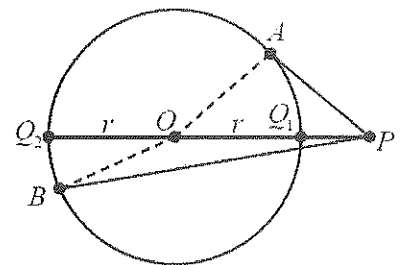
則實數 s, t, u, v, w 之值分別為_____。(3分)

2.(1) 請以右圖證明，圓上(圓心在點 O 且半徑為 r) 任意點與圓外一點 P 的最短距離 = $\overline{PQ_1}$ ，最長距離 = $\overline{PQ_2}$ 。

(其中 P, Q_1, O, Q_2 共線) (6分)

(2) 設 x, y 均為實數且 $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$ ，求

$\sqrt{(x+5)^2 + (y-5)^2}$ 的範圍。(3分)

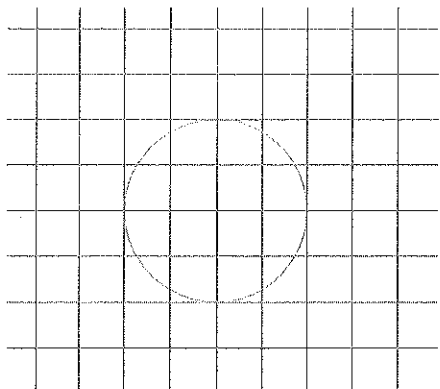


3. 已知圓 $C: (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ 與直線 $L: 2x - y = k$ 。若圓 C 與直線 L 有兩個交點，且其中一個交點在第一象限，另一個交點位在第四象限，此時滿足上述條件的 k 值之最大可能範圍為 $\alpha < k < \beta$

(1) 請在方格紙上畫出X軸與Y軸，使圖上之圓的方程式為 $C: (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ 。 (1分)

(2) 請在方格紙上畫出直線 $L_1: 2x - y = 8$ 與直線 $L_2: 2x - y = \alpha$ 與直線 $L_3: 2x - y = \beta$ 。 (3分)

(3) 求出數對 (α, β) 。 (6分)



市立武陵高中108學年度第一學期一年級數學科第二次期中考答案卷(108.12.04)

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一、多選題【每題 8 分，答錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上得 0 分，共 16 分】

1.	2.
----	----

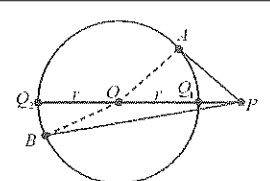
二、填充題【每題 6 分，答案若為分數請以最簡分數表示，共 54 分】

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	

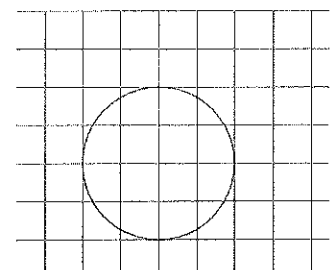
三、計算證明題【共 30 分，答案若為分數請以最簡分數表示。若版面不夠使用，請翻背面標註題號繼續作答】

1.

2.



3.



班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

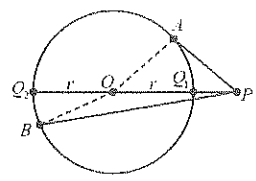
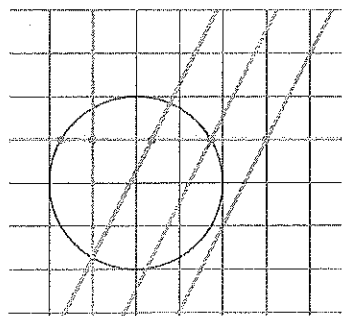
一、多選題【每題8分，答錯1個選項得5分，錯2個選項得2分，錯3個選項以上得0分，共16分】

1. CE	2. CE
-------	-------

二、填充題【每題6分，答案若為分數請以最簡分數表示，共54分】

1. (-1,4)	2. $0 < k < 2$	3. $\frac{3}{2}$	4. 12	5. $2x - y + 10 = 0$
6. $\frac{1}{16}$	7. 11	8. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$ 及 $(x-4)^2 + (y+18)^2 = 324$		9. $\frac{7}{2}$

三、計算證明題【共30分，答案若為分數請以最簡分數表示。若版面不夠使用，請翻背面標註題號繼續作答】

<p>1. (1) $(2, -11, 18, 4, -31)$ (對1個得1分，共5分)</p> <p>(2) -31.012 (3分)</p> <p>(3) $(0, 0, \frac{1}{8}, \frac{-11}{8}, \frac{9}{2})$ (共3分，錯1個扣1分)</p>	<p>2.</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p>(1) 證明最短=$\overline{PQ_1}$ (3分) 證明最長=$\overline{PQ_2}$ (3分)</p> <p>(2) 區間 $[1, 9]$ (3分)</p> <p>3.(1) (X, Y 軸全對給1分)</p> <p>(2) (L_1, L_2, L_3 各1分，共3分)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>(3) $(1+\sqrt{3}, 2+2\sqrt{3})$ (α, β 各3分，共6分)</p>
--	---