

一.多重選擇題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 1 分)

1.關於拋物線方程式  $(y+1)^2 = 8(3-x)$  的敘述，下列哪些選項是正確的？

- (1)拋物線開口向右 (2)焦點  $(1, -1)$  (3)頂點  $(-1, 3)$   
 (4)焦距為 4 (5)準線方程式為  $x - 5 = 0$ 。

2.坐標平面上，下列敘述哪些是正確的？

- (1)  $\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2} = 4$  的圖形為橢圓  
 (2)  $\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2} = 3$  的圖形不存在  
 (3)  $\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} - \sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2} = 2$  的圖形為雙曲線  
 (4)  $\left| \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} - \sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2} \right| = 4$  的圖形為兩射線  
 (5)  $\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \frac{|x+2y-3|}{\sqrt{5}}$  的圖形為拋物線。

3.下列關於雙曲線  $x^2 - 4y^2 + 4x + 8y + 16 = 0$  的敘述，哪些是正確的？

- (1)中心為  $(-2, 1)$  (2)頂點為  $(-2, 5)$  與  $(-2, -3)$  (3)焦點為  $(-2, 1 \pm 2\sqrt{5})$   
 (4)共軛軸長為 4 (5)漸近線方程式為  $x + 2y = 0$  與  $x - 2y + 4 = 0$

二.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	64	69	74	79

1.設點  $A(6, 5)$ ，拋物線  $\Gamma: y^2 = 16x$  的焦點為  $F$ ，若  $\Gamma$  上有一動點  $P$ ，則當  $P$  之坐標為\_\_\_\_\_時， $\overline{PA} + \overline{PF}$  有最小值。

2.已知橢圓  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$  的焦點為  $A$ 、 $B$ ，點  $C$  在橢圓上，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點不共線，試求  $\frac{\sin \angle CAB + \sin \angle CBA}{\sin \angle ACB} =$ \_\_\_\_\_。

3. 若橢圓  $\frac{x^2}{k^2+2} + \frac{y^2}{8-k} = 1$  與雙曲線  $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{30} = 1$  共焦點，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

4. 設一拋物線的焦點為  $F$ ， $\overline{AB}$  為一焦弦，且  $\overline{AF} = 12$ ， $\overline{BF} = 4$ ，則此拋物線的正焦弦長為 \_\_\_\_\_。

5. 已知雙曲線的共軛軸在  $y$  軸上，實軸平行  $x$  軸，一焦點為  $(2, 2)$ ，且雙曲線過點  $(2, \frac{22}{3})$ ，則其實軸長為 \_\_\_\_\_。

6. 以橢圓  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{25} = 1$  的焦點為頂點，長軸頂點為焦點的雙曲線方程式為 \_\_\_\_\_。

7. 設  $k$  為一常數，已知  $P$  為橢圓  $\Gamma_1: \frac{x^2}{k} + \frac{y^2}{9} = 1$  與雙曲線  $\Gamma_2: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{k-18} = 1$  之一交點，若  $F_1$ 、 $F_2$  為橢圓  $\Gamma_1$  的兩個焦點，且  $\overline{PF_1} : \overline{PF_2} = 4 : 1$ ，則雙曲線  $\Gamma_2$  兩個焦點的距離為 \_\_\_\_\_。

8. 設  $P$  為雙曲線  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  上的一點，且位在第一象限，若  $F_1$ 、 $F_2$  為雙曲線的兩焦點，且  $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$ ，則  $\Delta P F_1 F_2$  的周長為 \_\_\_\_\_。

9. 平面上  $\Delta ABC$  經二階方陣  $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$  線性變換為  $\Delta PQR$ ，已知  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\overline{PQ} = 25$ ， $\overline{PR} = 20$ ，求  $\sin \angle QPR =$  \_\_\_\_\_。

10. 平面上直線  $L$  經二階方陣  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  線性變換後所得的圖形為  $L': 2x + y = 5$ ，則原直線  $L$  的方程式為 \_\_\_\_\_。

11. 使  $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}^n \times \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  成立的最小正整數  $n =$  \_\_\_\_\_。

12. 二階方陣  $A$  所作的平面上線性變換為先對直線  $x + y = 0$  鏡射，再沿  $x$  軸方向伸縮放大為 2 倍，最後再沿  $y$  軸方向推移  $x$  坐標的 3 倍，試求矩陣  $A =$  \_\_\_\_\_。

13. 某點  $P$  先以原點  $O$  為中心旋轉  $80^\circ$ ，再對於直線  $(\sqrt{3}-1)x - (\sqrt{3}+1)y = 0$  鏡射，其結果相當  $P$  點直接對於直線  $y = (\tan \theta)x$  鏡射， $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，求  $\theta =$  \_\_\_\_\_。

202-015

桃園市立武陵高級中學 107 學年度第二學期期末考高二自然組數學科答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一. 多重選擇題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 1 分)

1.	2.	3.
(2)(5)	(2)(4)	(1)(3)(5)

二. 填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	64	69	74	79

1.	2.	3.
$(\frac{25}{16}, 5)$	$\frac{5}{3}$	-9
4.	5.	6.
12	$\frac{4}{3}$	$\frac{(y-3)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$
7.	8.	9.
8	$10+2\sqrt{73}$	$\frac{3\sqrt{3}}{10}$
10.	11.	12.
$8x + y = 5$	9	$\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$
13.		
$155^\circ$		

桃園市立武陵高級中學 107 學年度第二學期期末考高二自然組數學科答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一.多重選擇題(每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 1 分)

1.	2.	3.

二.填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	64	69	74	79

1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	9.
10.	11.	12.
13.		