

103, 104-120

桃園市立武陵高中 107 學年度 第二學期 高一數學 期末考

範圍：第一章+第四章 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

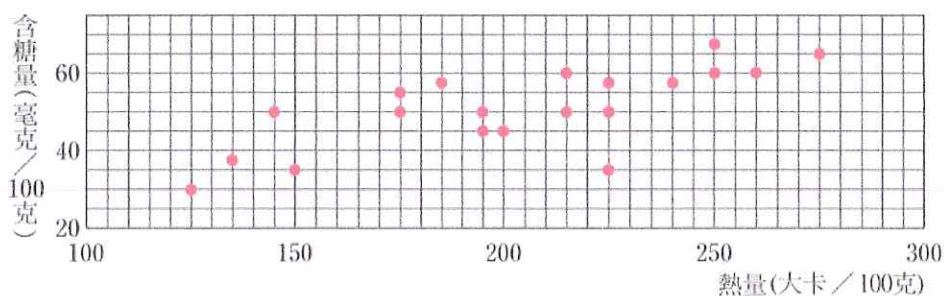
一、多重選擇題（共 24 分）

（每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個得 2 分，錯 3 個以上該題以零分計算）

() 1. 下列選項何者正確？ (A) $\sum_{i=1}^4 k = 1+2+3+4$ (B) $\sum_{k=1}^4 a_k = \sum_{k=2}^5 a_{k-1}$ (C) $\sum_{k=2}^5 k^2 = \sum_{k=3}^6 k^2$

(D) $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k} = \frac{\sum_{k=1}^n a_k}{\sum_{k=1}^n b_k}$ (E) $\sum_{k=1}^5 (3k+10) = \sum_{k=1}^5 (28-3k)$.

() 2. 消基會針對市售巧克力蛋糕的熱量(大卡/100 克)與含糖量(毫克/100 克)做了一個調查，共有 20 個數據，下圖是這 20 個數據熱量與含糖量的散布圖，根據這個散布圖，請問下列敘述何者是正確的？



- (A) 這些數據含糖量的標準差大於 40 毫克/100 克
- (B) 這些數據含糖量的中位數為 50 毫克/100 克
- (C) 這 20 個數據熱量與含糖量是正相關
- (D) 根據散布圖可以得知巧克力蛋糕中熱量與含糖量會成正比
- (E) 若對這 20 個數據熱量 (x) 與含糖量 (y) 找最佳 (最適) 直線 $y=ax+b$ ，則此直線的斜率 a 等於數據熱量與含糖量的相關係數

- () 3. 設兩組資料 X 與 Y 之間，其關係式為 $Y = -\frac{4}{5}X + 24$ ，已知資料 X 的算術平均數為 15，標準差為 5，則
- (A) 資料 Y 的算術平均數為 12 (B) 資料 Y 的標準差為 -4
- (C) X 與 Y 的相關係數為 $-\frac{4}{5}$ (D) Y 對 X 的迴歸直線必過 (0, 24)
- (E) 若 $S_{XX} = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 = 5000$ ，則可知 X 共有 20 筆資料。

二、填充題 (共 56 分, 按照下表給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56

1. 一座七層塔，每一層所點的燈數都是上一層的兩倍，共點燈 381 盞，則最底層點 _____ 盞燈。

2. 求級數 $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+100}$ 之值 _____。

3. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 且前 n 項和為 S_n ，已知 $a_2 + a_5 + a_8 = 54$ ， $a_{20} = -12$ ，當 $n =$ _____ 時， S_n 有最大值。

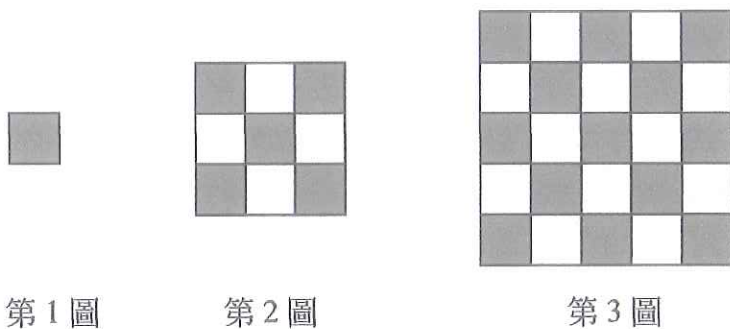
4. 某次考試的班平均為 53 分，標準差為 5 分，今老師調整分數如下：調整分數 = $\frac{\text{原分數}}{3} + 50$.
若在調整後，小武在標準化數據下的分數為 -0.4 ，則小武在調整前的原始分數為_____分。

5. Goole 徵才，應徵者繁，若第一階段筆試通過率 32%，第二階段團體面試通過率 50%，第三階段主管口試通過率 40%，求每一階段的平均淘汰率為_____ %。

6. 某班學生 49 人分為甲、乙兩組，甲組學生 21 人，學期成績平均 73 分，標準差 6 分；乙組學生 28 人，平均 59 分，標準差 8 分；則全班 49 人學期成績之變異數為_____。

7. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 3$ ， $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n, & \text{當 } n \text{ 為偶數} \\ 2a_n + 2, & \text{當 } n \text{ 為奇數} \end{cases}$ ，求 $a_{100} - a_{99} =$ _____。

8. 用白色方塊與黑色方塊，按照規律交錯拼成若干個正方形圖案。正方形圖案各邊方塊數每次增加二個，如下圖所示：



求前 n 個圖中黑色方塊的總數共有_____個。

9. 森森調查學生 10 人，紀錄期末考數學成績與該學期數學課缺課數，如下表所示：

學生	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
缺課數 X	1	4	3	3	4	3	5	4	3	0
成績 Y	100	90	90	80	70	70	60	60	80	100

欲使 $\sum_{i=1}^{10} (ax_i + b - y_i)^2$ 有最小值，則數對 $(a, b) =$ _____

三、證明題 (共 20 分，需有詳細過程，若無過程不予計分)

- 使用數學歸納法證明：對於所有的正整數 n 且 $n \geq 2$ ， $2^{2n} - 7n - 1$ 恆為 49 的倍數。(10 分)
- 給定 n 個數據 x_1, x_2, \dots, x_n ，且其算術平均數為 μ_x ，標準差為 σ_x 。若考慮線性變換 $y_i = ax_i + b$ ，其中 $i = 1, 2, \dots, n$ ，可得到新數據 y_1, y_2, \dots, y_n ，試證下列性質：
 - (1) $\mu_y = a\mu_x + b$ 。(5 分)
 - (2) $\sigma_y = |a|\sigma_x$ 。(5 分)

桃園市立武陵高中 107 學年度 第二學期高一數學 期末考 答案卷

範圍：第一章 第四章 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(共 24 分;每題 8 分, 錯一個選項得 5 分, 錯兩個得 2 分, 錯 3 個以上 0 分計算)

1.	2.	3.

二、填充題 (共 56 分, 按照下表給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56

1	2	3	4	5
6	7	8	9	/

三、證明題(共 20 分, 需有詳細過程, 若無過程不予計分)

1. 10 分	2. 5 分+ 5 分

桃園市立武陵高中 107 學年度 第二學期高一數學 期末考 答案卷

範圍：第一章 第四章 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(共 24 分;每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個得 2 分，錯 3 個以上 0 分計算)

1.	2.	3.
BE	BC	AD

二、填充題 (共 56 分, 按照下表給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56

1	2	3	4	5
192	$\frac{99}{101}$	13or 14	51	60
6	7	8	9	/
100	54	$\frac{n(2n^2+1)}{3}$	(-8,104)	

三、證明題(共 20 分，需有詳細過程，若無過程不予計分)

<p>1. 10 分</p> <p>1° 當 $n=2$ 時 $2^6 - 7 \times 2 - 1 = 49 \times 1$ (1%) 成立</p> <p>2° 設 $n=k$ ($k \geq 2$) $2^{3k} - 7k - 1 = 49k$ (1%) ($k \in \mathbb{N}$) (2%)</p> <p>則 $n=k+1$ 時</p> $2^{3(k+1)} - 7(k+1) - 1$ $= 8 \cdot 2^{3k} - 7k - 8$ $= 8(2^{3k} - 7k - 1) + 49k$ $= 8 \times 49k + 49k$ $= 49(8k + k) \quad \text{亦成立} \quad (5\%)$ <p>by M.I. $\forall n \in \mathbb{N} \quad n \geq 2$ (1%) $2^{3n} - 7n - 1$ 恆為 49 之 倍數 (5%)</p>	<p>2. 5 分 + 5 分</p> <p>(1) $\mu_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$</p> $= \frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + b)}{n}$ $= a \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + \frac{nb}{n}$ $= a\mu_x + b \quad (5\%)$ <p>(2) $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}{n}}$</p> $= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + b - a\mu_x - b)^2}{n}}$ $= \sqrt{a^2 \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2}{n}}$ $= a \sigma_x \quad (5\%)$
--	---