

市立武陵高級中學 107 學年度 高二下第二次段考 數學科 社會組 試題卷

一、多重選擇題（每題 8 分，每題錯一個選項扣 3 分，扣完為止，共 24 分）

1. () 設 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 是一個 2×2 的轉移矩陣，則下列敘述哪些是正確的？

(A) $a+b=1$

(B) $ad-bc > 0$

(C) A^2 亦為轉移矩陣

(D) A 有乘法反方陣

(E) 若 B 為 2×2 的轉移矩陣，則 $\frac{A^4+B^4}{2}$ 為轉移矩陣

2. () 下列各組中，何者滿足 $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ ？

(A) $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$

(C) $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$

(E) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

3. () 設 K 為 3×2 階的矩陣，且 $K \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $K \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ，則下列何者正確？

(A) $K = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $K = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $KI_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(D) $K \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(E) $KI_2 + K \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

二、填充題（每格 6 分，共 66 分）

1. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 且矩陣 X, Y 滿足: $X + 2Y = 5A$, $2X - Y = 5B$, 求 $Y =$ _____ (A)

2. 試求方程組 $\begin{cases} \frac{10}{x} + \frac{10}{y} = 1 \\ \frac{12}{y} + \frac{12}{z} = 1 \\ \frac{15}{z} + \frac{15}{x} = 1 \end{cases}$ 的解 (x, y, z) 為 _____ (B)

3. 有一方程組的增廣矩陣為 $\begin{bmatrix} 1 & 4 & a & 19 \\ 2 & b & -2 & -14 \\ 1 & 1 & 5 & c \end{bmatrix}$ 。已知將這個增廣矩陣進行列運算, 可得 $\begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 11 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, 則 $a \times b + c =$ _____ (C)

4. 設 $a \in \{-1, 1, 2, 3\}$ 且 $b \in \{0, -1, 1, 2\}$, 試問矩陣 $\begin{bmatrix} a & a^2 \\ b^2 & b \end{bmatrix}$ 無反方陣之機率為 _____ (D)

背面有題

5. 若 $A = [a_{ij}]_{6 \times 6}$ ，且 $a_{ij} = 3i - 2j$ ，若 $C = A^2 = [c_{ij}]$ ，則 $c_{33} =$ _____ (E) _____。

6. 若 $A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -10 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$ ， $A^5 = \begin{bmatrix} 7 & -25 \\ 5 & -18 \end{bmatrix}$ ，則 $A =$ _____ (F) _____。

7. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，若 $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，求最小自然數 n 之值為 _____ (G) _____。

8. 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3 + B$ ，則 (1) $B^2 =$ _____ (H) _____；(2) $A^8 =$ _____ (I) _____。

9. 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ，利用 $A^2 - 5A - 2I_2 = 0$ ，求 $A^5 - 4A^4 - 8A^3 + A^2 + 14A + I_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{(J)}$

10. 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ， $T = \begin{bmatrix} 1 & s \\ t & 1 \end{bmatrix}$ ，且 $AT = TB$ ，則 $T^{-1} = \underline{\hspace{2cm}} \text{(K)}$

三、計算題 (10 分)

假設仟雅從家裡到學校有甲、乙兩條路線可以走，她的習慣是：她決定若某一天走乙路線上學，則次日一定走甲路線；若某一天走甲路線上學，則次日以丟一枚公正硬幣出現的正、反面決定甲路或乙路線上學。

(1) 若某天她以丟硬幣開始依照上列習慣選取上學路線，則她在第二天走甲路線上學之機率為何？

(2) 同(1)，相當多天後，她走甲、乙兩路線上學的機率各約為多少？(各5分)

背面有題

市立武陵高級中學 107 學年度 高二下第二次段考 數學科 社會組 試題卷

二年 _____ 班 姓名： _____ 座號： _____ 得分： _____

一、多重選擇題（每題 8 分，每題錯一個選項扣 3 分，扣完為止，共 24 分）

(1)		(2)		(3)	
-----	--	-----	--	-----	--

二、填充題（每格 6 分，共 66 分）

(A)		(B)		(C)	
(D)		(E)		(F)	
(G)		(H)		(I)	
(J)		(K)			

三、計算題（10 分）

--

市立武陵高級中學 107 學年度 高二下第二次段考 數學科 社會組 試題卷

二年 _____ 班 姓名：_____ 座號：_____ 得分：_____

一、多重選擇題（每題 8 分，每題錯一個選項扣 3 分，扣完為止，共 24 分）

(1)	CE	(2)	BC	(3)	AD
-----	----	-----	----	-----	----

二、填充題（每格 6 分，共 66 分）

(A)	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}$	(B)	$(24, \frac{120}{7}, 40)$	(C)	2
(D)	$\frac{3}{8}$	(E)	-51	(F)	$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$
(G)	6	(H)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	(I)	$\begin{bmatrix} 1 & 8 & 36 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
(J)	$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$	(K)	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$		

三、計算題（10 分）

(1) 寫出轉移矩陣 $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$ (2 分) 設 X_n 表示第 n 天走甲、乙路線的機率矩陣，則 $X_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

$X_2 = AX_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ ，所求 = $\frac{3}{4}$ (3 分)

(2) 相當多天後達到穩定狀態 X ， $AX = X$ $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ (2 分) $\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + y = x \\ \frac{1}{2}x = y \end{cases} \Rightarrow x = 2y$

$\therefore x : y = 2 : 1 \Rightarrow$ 走甲路線機率約 $\frac{2}{3}$ ，走乙路線約 $\frac{1}{3}$ (3 分)