

桃園市立武陵高級中學 107 學年度第一學期 高一數學科 期末考

範圍：第一冊第 3 章全 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

※ 填充題答案不得以 m^n 的形式或科學記號表示※ $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8451$

一、多重選擇題 (每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上不給分)

1. () 關於指數、對數的敘述，請選出正確的選項。

(A) $\sqrt{-3} \neq (-3)^{\frac{1}{2}}$ (B) $\log_2 8 = \log_2(-2) + \log_2(-4)$ (C) $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$

(D) 若 x 為實數，則 $\log x^2 = 2 \log x$

(E) 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，則函數 $f(x) = \log_a x$ 滿足當 $0 < x_1 < x_2$ 時， $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

2. () 若 x 為實數，在下列選項中，試選出有兩個相異實根的方程式。

(A) $2^x = x^2$ (B) $\frac{x}{2019} + 1 = 2019^{-|x|}$ (C) $x = 108 \times |\log_{108} x|$

(D) $\log_{10}(-x) = 10^{|x|}$ (E) $3^x \left| \log_{\frac{1}{3}} x \right| = 1$

二、填充題 (按照下表給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	10	20	28	36	42	48	54	58	62	66	70

1. 化簡 $\log_4 \frac{5}{6} + \log_4 \frac{3}{2} - \log_2 \frac{\sqrt{5}}{8} =$ _____。

2. 由常用對數表，可找到 $\log 3.03 \approx 0.4814$ 及 $\log 3.04 \approx 0.4829$ ，若已知 $3.03 < a < 3.04$ ，且經由內插法可得 $\log a$ 的近似值為 0.4820，則 a 的值為 _____。

3. 解方程式 $3 \cdot 2^{-x-2} - 13 \cdot 2^{\frac{-x}{2}-2} + 1 = 0$ ，則 $x =$ _____。

4. 設 $x > 0$ ，則函數 $f(x) = (\log_2 4x) \left(\log_4 \frac{x^2}{8} \right)$ 的最小值為 _____。

5. 下表為常用對數表的一部分，試利用下表求出 $(\sqrt[3]{23})^4$ 的近似值為 _____ (四捨五入至小數點後第一位)。

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	1761	1790	1815	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8232	8241	8248	8254

6. 設 $a_n = \frac{1}{\log_n 27}$ ，其中 n 為大於 1 的正整數，則 $(a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15}) - (a_2 + a_3 + a_4 + a_5) =$ _____。

7. 邊緣人山寨森森研發出測量一個人邊緣程度的方法。假設某人每個月花 n 小時與他人交流互動，則其「邊緣程度」 $B(n)$ 定義為 $B(n) = 100 - 5 \log_4 n$ ；若按照這個方法測量，這個月山寨森森的邊緣程度為 87.8，山寨森森的女友邊緣程度則為 75.3，則這個月山寨森森女友花在與他人交流互動的時間是山寨森森的 _____ 倍。

背面有題

8. 設 a 、 b 、 c 均為不等於 1 的正實數且 $a \times b \times c = 1$ ，試求 $\log_a b + \log_b a + \log_b c + \log_c b + \log_a c + \log_c a$ 之值為_____。
9. 坐標平面上，一過原點 O 的直線 L 與 $y = \log_3 x$ 的圖形在第一象限交於 A 、 B 兩點。若已知 $\overline{OA} : \overline{AB} = 1 : 2$ ，則 A 點的 x 坐標為_____。
10. 坐標平面上，已知函數 $f(x) = 4^x$ 與 $g(x) = \log_4 x$ ，設直線 $y = 10$ 分別與 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 的圖形交於 P 、 Q 兩點，若 $\overline{PQ} = k$ ，設 k 的整數部分為 m 位數，開頭數字為 n ，則數對 $(m, n) =$ _____。
11. 試比較 $a = 0.3^{0.8}$ 、 $b = 0.8^{0.3}$ 、 $c = \log_{0.8} 0.3$ 、 $d = \log_8 0.3$ 四個數字的大小：_____。

三、計算證明題 (無計算過程不予計分，共 14 分)

1. 設 a 、 M 、 N 皆為正實數且 $a \neq 1$ ，試利用指數律來證明 $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$ (6 分)
2. 試解對數不等式： $\log_{x-1}(-3x^2 + 10x + 8) \leq 2$ (8 分)

各位小高一們期末考加油~!! 寒假愉快!!

背面有題

山寨森森



桃園市立武陵高級中學 107 學年度第一學期 高一數學科 期末考

範圍：第一冊第 3 章全 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上得 0 分)

1	2
AC	BE

二、填充題(按照下表給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	10	20	28	36	42	48	54	58	62	66	70

1	2	3	4	5
2	3.034	-4 或 $\log_2 9$	$\frac{-49}{16}$	65.4
6	7	8	9	10
$\frac{4}{3}$	32	-3	$\sqrt{3}$	(7,1)
11	※ 填充題答案不得以 m^n 的形式或科學記號表示			
$c > b > a > d$				

三、計算證明題 (無計算過程不予計分，共 14 分)

1 (6 分)	2 (8 分)
<p>設 a、M、N 皆為正實數且 $a \neq 1$，試利用指數律來證明 $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$</p> <p>[證明]</p> <p>令 $x = \log_a M$，$y = \log_a N$ (1 分)</p> <p>$\Rightarrow a^x = M$，$a^y = N$ (1 分)</p> <p>$\Rightarrow MN = a^x \cdot a^y$</p> <p>$= a^{x+y}$ (由指數律) (2 分)</p> <p>$\therefore x + y = \log_a MN$</p> <p>即 $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$ (2 分)</p>	<p>試解對數不等式：$\log_{x-1}(-3x^2 + 10x + 8) \leq 2$</p> <p>[解]</p> <p>$\log_{x-1}(-3x^2 + 10x + 8)$ 有意義則 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \\ -3x^2 + 10x + 8 > 0 \end{cases}$</p> <p>整理得 $1 < x < 4$ 但 $x \neq 2$ (2 分)</p> <p>依照底數大小分成 $1 < x < 2$ 及 $2 < x < 4$ 兩種情形討論 (1 分)</p> <p>① 當 $1 < x < 2$ 時，底數小於 1</p> <p>原不等式為 $-3x^2 + 10x + 8 \geq (x-1)^2 \Rightarrow 4x^2 - 12x - 7 \leq 0$</p> <p>$\Rightarrow (2x+1)(2x-7) \leq 0 \Rightarrow \frac{-1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$ (1 分)</p> <p>故 $1 < x < 2$ (1 分)</p> <p>② 當 $2 < x < 4$ 時，底數大於 1</p> <p>原不等式為 $-3x^2 + 10x + 8 \leq (x-1)^2 \Rightarrow 4x^2 - 12x - 7 \geq 0$</p> <p>$\Rightarrow (2x+1)(2x-7) \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{-1}{2}, x \geq \frac{7}{2}$ (1 分)</p> <p>故 $\frac{7}{2} \leq x < 4$ (1 分)</p> <p>合併①、②得解為 $1 < x < 2$ 或 $\frac{7}{2} \leq x < 4$ (1 分)</p>