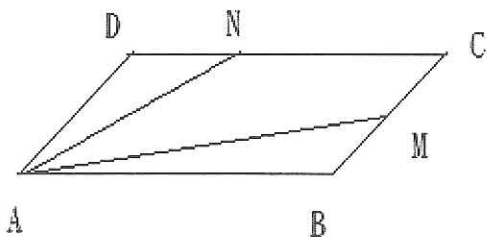


市立武陵高級中學 107 學年度第一學期高二數學科自然組期末考試題

一、填充題(每格 6 分, 共 72 分)

- 平面上四點 $A(1, -2)$ 、 $B(3, -3)$ 、 $C(2, 1)$ 、 $D(x, y)$ ，若 $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{BD} \parallel \overrightarrow{AC}$ ，則 D 點坐標為 _____
- 平面上 $\triangle ABC$ 中， P 為 \overline{BC} 邊之中點， Q 在 \overline{AC} 邊上且 $\overline{AQ} = 2\overline{QC}$ 。已知 $\overrightarrow{PA} = (4, 3)$ ， $\overrightarrow{PQ} = (1, 5)$ ，則 $\overrightarrow{BC} =$ _____
- 已知 $|\vec{a}| = \sqrt{10}$ 、 $|\vec{b}| = \sqrt{5}$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 45° ，試求當 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 有最小值時， $t =$ _____
- 已知平面上 $\triangle ABC$ 中， $A(1, 2)$ 、 $\overrightarrow{AB} = (-1, 3)$ 、 $\overrightarrow{AC} = (6, 2)$ ，
 - 若 $\overrightarrow{AP} = 5\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC}$ ，且 \overline{AP} 交 \overline{BC} 於 D ，則 $\overline{BD} : \overline{CD} =$ _____
 - $\angle A$ 內角角平分線的一個方向向量為 $\vec{v} = (k, 1)$ ，則 $k =$ _____
 - 若直線 L 通過 A 點，且 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 在直線 L 之方向向量上的正射影相同，則直線 L 的方程式為 _____
- 設二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 6x + (a-2)y - 7a + 17 = 0 \\ (a+5)x - 2y + 8a + 24 = 0 \end{cases}$ 有無限多解，則 $a =$ _____
- 已知 x, y 是實數，若 $x + 2y = 5$ ，當 $(x, y) = (\alpha, \beta)$ 時， $(x-1)^2 + (y+3)^2$ 有最小值 m ，試求 $\alpha + \beta + m =$ _____
- 如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{BC} = \sqrt{2}$ ， $\overline{CD} = 3$ ， $\angle BAD = 45^\circ$ ， M 為 \overline{BC} 之中點， $\overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 2$ ，則 $\cos \angle MAN =$ _____

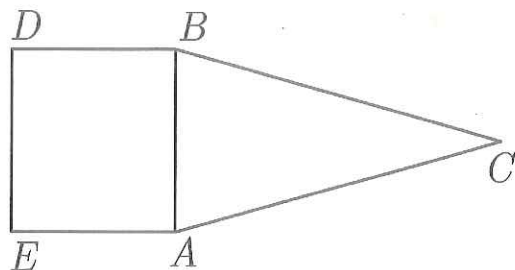


8. 如右圖，已知四邊形 $ABDE$ 為正方形，

$\overline{AC} = \overline{BC}$ ，且正方形 $ABDE$ 與 $\triangle ABC$

之面積相同，若 $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AD}$ ，

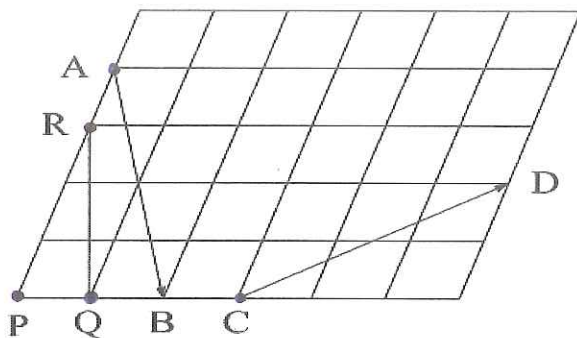
則數對 $(x, y) =$ _____



9. 右圖中為二組兩兩平行的直線組合，

$P, Q, R, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ 如圖所示，若 $\triangle PQR$

面積為 9，則由兩向量 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{CD} 所張出的
平行四邊形面積為 _____



10. 座標平面上有點 $A(3, -1)$ ，及一圓 $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ ，過 A 作圓 C 的切線 \overline{AP} ，其中

P 為圓 C 上的切點，若點 Q 為圓 C 上任意一點，則向量內積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 的最大值為 _____

二、多重選擇題(每題 8 分、錯一個給 5 分、錯兩個給 2 分、錯三個以上不給分，共 16 分)

1. 設平面上四點 $A(-2, 4)$ 、 $B(-4, -7)$ 、 $C(1, 8)$ 、 $D(x, -3)$ ，試問下列何者正確? _____

(1) 直線 \overleftrightarrow{AB} 的一個參數式為 $\begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = 15 + 11t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ (2) \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的正射影為 $(-9, -12)$

(3) 若直線 \overleftrightarrow{AB} 與直線 \overleftrightarrow{AC} 的夾角為 θ ，則 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(4) 若此四點可圍成一平行四邊形，則 $x = 3$

(5) 承(4)，此平行四邊形中，直線 \overleftrightarrow{AB} 與直線 \overleftrightarrow{CD} 兩平行直線間的距離為 $\sqrt{5}$

背面有題

2. 已知 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 2$ 、 $\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = 6$ 、 $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$ ，試問下列何者正確？_____

(1) $\begin{vmatrix} 11a_1 & 11b_1 \\ 11a_2 & 11b_2 \end{vmatrix} = 22$ (2) $\begin{vmatrix} a_1 + ka_2 & b_1 + kb_2 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 + ka_1 & a_1 \\ b_2 + ka_2 & a_2 \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} 2(b_1 + c_1) & 14(b_2 + c_2) \\ a_1 & 7a_2 \end{vmatrix} = 56$

(4) 已知 d_1, d_2 是實數，若 $\begin{cases} a_1x + b_1y = d_1 \\ a_2x + b_2y = d_2 \end{cases}$ 恰有一解，則 $\begin{cases} a_1x + d_1y = b_1 \\ a_2x + d_2y = b_2 \end{cases}$ 亦恰有一解

(5) $\begin{cases} 3b_1x + (3a_1 - b_1)y = 2c_1 \\ 3b_2x + (3a_2 - b_2)y = 2c_2 \end{cases}$ 的解為 $x = -2, y = 0$

三、計算題(每小題各 2 分，共 12 分)

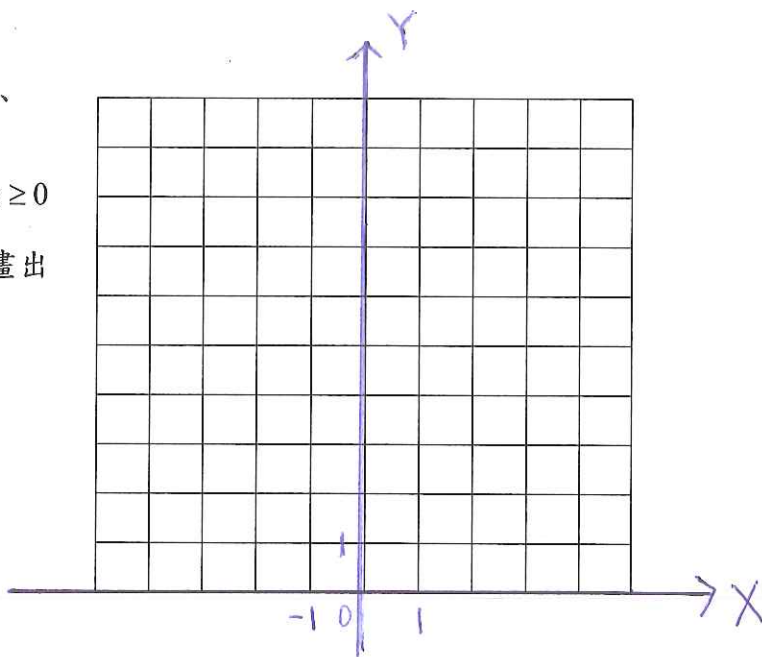
1. 座標平面上， O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 3)$ 、

$\vec{v} = (-1, 2)$ ，若 $\vec{OP} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ ，其中 $\alpha \geq 0$

、 $\beta \geq 0$ 、 $\alpha + \beta \leq 2$ ，請在方格紙中畫出

所有終點 P 點所形成的區域(2 分)、

並求其面積 _____ (2 分)



2. 設實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 = 1$ 且 $(c-2)^2 + (d-4)^2 = 5$ ，請回答下列各題(無計算過程或說明，不予計分，每小題各 2 分，共 8 分)

(1) $a+b$ 的範圍 _____ (2) $a+b+ab$ 的最小值為 _____

(3) $ac+bd$ 的最大值為 _____ (4) $ad-bc$ 的最大值為 _____

背面有題

市立武陵高級中學 107 學年度第一學期高二數學自然組期末考答案卷

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一、填充題(每格 6 分，共 72 分)

1.	2.	3.	4.(1)
4.(2)	4.(3)	5.	6.
7.	8.	9.	10.

二、多重選擇題(每題 8 分、錯一個給 5 分、錯兩個給 2 分、錯三個以上不給分，共 16 分)

1.	2.
----	----

三、計算題(每小題各 2 分，共 12 分)

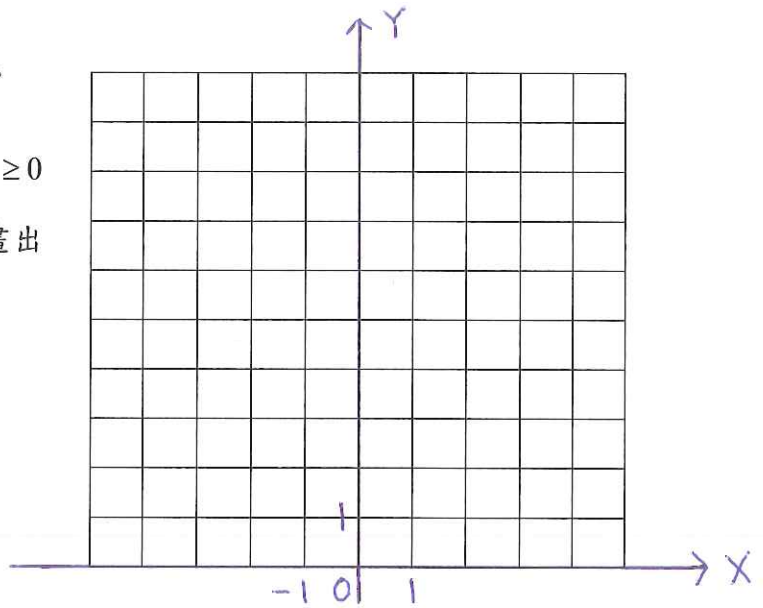
1. 座標平面上， O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 3)$ 、

$\vec{v} = (-1, 2)$ ，若 $\vec{OP} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ 、其中 $\alpha \geq 0$

、 $\beta \geq 0$ 、 $\alpha + \beta \leq 2$ ，請在方格紙中畫出

所有終點 P 點所形成的區域(2 分)、

並求其面積 _____ (2 分)



2. 設實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 = 1$ 且 $(c-2)^2 + (d-4)^2 = 5$ ，請回答下列各題(無計算過程或說明，不予計分，每小題各 2 分，共 8 分)

(1) $a+b$ 的範圍 _____ (2) $a+b+ab$ 的最小值為 _____

(3) $ac+bd$ 的最大值為 _____ (4) $ad-bc$ 的最大值為 _____

市立武陵高級中學 107 學年度第一學期高二數學自然組期末考答案卷

班級：_____ 姓名：答案 座號：_____

一、填充題(每格 6 分，共 72 分)

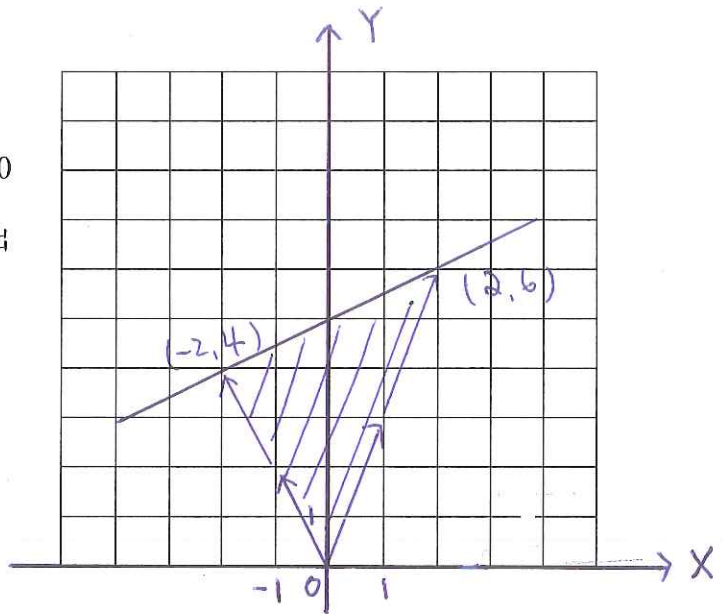
1. $(8, 12)$	2. $(-1, 12)$	3. -1	4.(1) $7=5$
4.(2) $1/2$	4.(3) $7x-y=5$	5. -1	6. 24
7. $3/\sqrt{10}$	8. $(\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$	9. 96	10. 30

二、多重選擇題(每題 8 分、錯一個給 5 分、錯兩個給 2 分、錯三個以上不給分，共 16 分)

1. $1, 3, 5$	2. $3, 5$
--------------	-----------

三、計算題(每小題各 2 分，共 12 分)

1. 座標平面上， O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 3)$ 、
 $\vec{v} = (-1, 2)$ ，若 $\vec{OP} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ 、其中 $\alpha \geq 0$
 $\beta \geq 0$ 、 $\alpha + \beta \leq 2$ ，請在方格紙中畫出
 所有終點 P 點所形成的區域(2 分)、
 並求其面積 10 (2 分)



2. 設實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 = 1$ 且 $(c-2)^2 + (d-4)^2 = 5$ ，請回答下列各題(無計算過程或說明，不予計分，每小題各 2 分，共 8 分)

- (1) $a+b$ 的範圍 $-\sqrt{2} \leq a+b \leq \sqrt{2}$ (2) $a+b+ab$ 的最小值為 -1
 柯西 $=$ 二次函數
 (3) $ac+bd$ 的最大值為 $3\sqrt{5}$ (4) $ad-bc$ 的最大值為 $3\sqrt{5}$
 內積 面積