

302, 304-315

國立武陵高中 107 學年度第一學期高三自然組數學科第二次期中考

範圍：選修數學甲上冊第二章

一、填充題：每格 6 分，共 54 分

1. 求 $\csc^4 70^\circ - \tan^4 20^\circ - 2\sec^2 20^\circ =$ _____ .

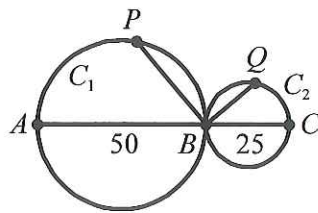
2. 在 $-\pi \leq x \leq \pi$ 的範圍中，方程式 $x + \tan x = 0$ 的實根個數有 _____ 個 .

3. 函數 $y = 3\cos x + \sqrt{3}\sin x$ ，疊合成 $y = r\cos(x + \alpha)$ ， $r > 0$ ， $0 \leq \alpha < 2\pi$ ，則數對 $(r, \alpha) =$ _____ .

4. 已知函數 $f(x) = 2 + 2(\sin x - \cos x) - \sin 2x$. 若 $f(x)$ 之最大值與最小值分別為 M, m ，則數對 $(M, m) =$ _____ .

5. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則方程式 $\cos 2x = -\cos x$ 所有實數根的總和為 _____ .

6. 設 $z = \frac{2(-\sin 40^\circ + i\cos 40^\circ)(\cos 20^\circ + i\cos 20^\circ)}{\sin 130^\circ + i\cos 50^\circ}$ ，則 z 之主幅角為 _____ .

7. 如圖，直線上有 A, B, C 三點， $\overline{AB} = 50$ ， $\overline{BC} = 25$ ， C_1 為以 \overline{AB} 為直徑的圓， C_2 為以 \overline{BC} 為直徑的圓， C_1 與 C_2 上各取一點 P, Q ，使 $\angle PBQ = 90^\circ$ ，則當 $\overline{BP} + \overline{BQ}$ 有最大值時， $\overline{BP} =$ _____ 公尺。(化為最簡根式)

8. 在複數平面上， O 為原點，另有四個點 A 、 B 、 C 、 D ，已知 $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ ，其中 A 對應 C ， B 對應 D ，又 A 、 B 、 C 所代表的複數分別為 2 、 $3+4i$ 、 $-2+6i$ ，求 D 點所代表的複數為_____。(有二解)

9. 設 $0 \leq \theta \leq \frac{5\pi}{12}$ ，求 $\frac{\sin\theta - 2}{\cos\theta}$ 之最大值為_____。

二、計算題：每題 6 分，共 12 分

1. 寫出方程式 $z^4 + z^2 + 1 = 0$ 的四根（以複數標準式表示），並求在複數平面上之四根所形成之四邊形面積。

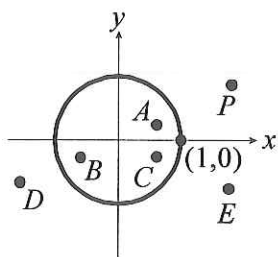
2. 令 $z = 1 - \sqrt{3}i$ ， $\omega = \sqrt{3} + i$ ，

(1) 寫出 z 與 ω 的極式表示法（角度需為主幅角且用弧度量表示）（2 分）

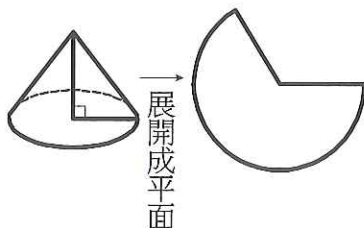
(2) 若 n 為小於 100 的正整數，且使得 $z\omega^n$ 為一個實數，求所有這樣的 n 的總和。（4 分）

三、單選題：每題 5 分，共 10 分

1. 如圖，設複數 z 在複數平面上所對應的點為 P ，則下列哪個點最可能是 $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}$ 在複數平面上所對應的點？ (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E 。



2. 下圖是一個底圓半徑為 3 公分、高 4 公分的正圓錐體（沒有底），若沿斜高的方向剪開而展開成為一扇形，如圖所示，則此扇形的面積為 (A) 15π (B) 18π (C) 20π (D) 24π (E) 25π 。



背面有題

四、多重選擇題：每題 8 分，共 24 分

(答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯 3 個以上或未作答得 0 分)

- () 1. 如圖是函數 $y = f(x) = a\sin(bx + c) + d$ 圖形的一部分， $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 \leq c < 2\pi$ ， P 點， Q 點分別為函數圖形中的最高點及最低點，請判斷下列選項中的敘述何者正確？

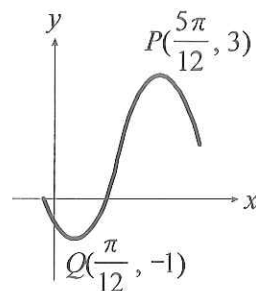
(A) $a = 3$

(B) $b = 3$

(C) $c = \frac{\pi}{4}$

(D) $f(\frac{7\pi}{4}) > 0$

(E) $f(x) = a\cos(bx - c) + d$



- () 2. 關於函數 $f(x) = 2\sin(\frac{\pi}{6} - x) - 2\cos x$ ，請選出正確的選項。

(A) 若 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則當 $x = \frac{\pi}{3}$ 時 $f(x)$ 有最小值

(B) 若 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則 $f(x)$ 有最大值 $2\sqrt{2}$

(C) 若 $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ ，則當 $x = \frac{\pi}{6}$ 時 $f(x)$ 有最小值

(D) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = -\frac{\pi}{6}$

(E) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸的交點中，離原點最近的為 $(\frac{\pi}{3}, 0)$

- () 3. 令 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $\omega^{21} + \omega^{22} + \omega^{23} + \dots + \omega^{29} = 0$

(B) $\omega^4 = \bar{\omega}$

(C) $(2 + \omega)(2 + \omega^2)(2 + \omega^3)(2 + \omega^4) = 31$

(D) $|2 - \omega|^2 + |2 - \omega^2|^2 + |2 - \omega^3|^2 + |2 - \omega^4|^2 = 24$

(E) $32i$ 的五次方根為 $2i, 2i\omega, 2i\omega^2, 2i\omega^3, 2i\omega^4$

國立武陵高中 107 學年度第一學期高三自然組數學科第二次期中考

答案卷

三年_____班 座號_____ 姓名: _____

一、填充題：(每格 6 分，共 54 分)

1. -1	2. 3	3. $(2\sqrt{3}, \frac{11\pi}{6})$
4. $(3+2\sqrt{2}, 0)$	5. 3π	6. 135°
7. $20\sqrt{5}$	8. $-15+5i$ 或 $9+13i$	9. $-\sqrt{3}$

二、證明題：(每題 6 分 共 12 分)

1. 寫出方程式 $z^4 + z^2 + 1 = 0$ 的四根 (以複數標準式表示)，並求在複數平面上之四根所形成之四邊形面積。

$$\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$\sqrt{3}$ 平方單位

2. 令 $z = 1 - \sqrt{3}i$, $\omega = \sqrt{3} + i$,

(5) 寫出 z 與 ω 的極式表示法 (角度需為主幅角且用弧度量表示) (2 分)

(6) 若 n 為小於 100 的正整數，且使得 $z\omega^n$ 為一個實數，求所有這樣的 n 的總和。(4 分)

850

三、單選題：

(每題 5 分 共 10 分)

1. A	2. A
---------	---------

四、多重選擇題：(每題 8 分 共 24 分)

(答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯 3 個以上或未作答得 0 分)

1. BD	2. AC	3. BDE
----------	----------	-----------

國立武陵高中 107 學年度第一學期高三自然組數學科第二次期中考

答案卷

三年_____班 座號_____ 姓名：_____

一、填充題：(每格 6 分，共 54 分)

1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	9.

二、證明題：(每題 6 分 共 12 分)

1. 寫出方程式 $z^4 + z^2 + 1 = 0$ 的四根 (以複數標準式表示)，並求在複數平面上之四根所形成之四邊形面積。
2. 令 $z = 1 - \sqrt{3}i$, $\omega = \sqrt{3} + i$,
- (3) 寫出 z 與 ω 的極式表示法 (角度需為主幅角且用弧度量表示) (2 分)
- (4) 若 n 為小於 100 的正整數，且使得 $z\omega^n$ 為一個實數，求所有這樣的 n 的總和。(4 分)

三、單選題：
(每題 5 分 共 10 分)

1.	2.
----	----

四、多重選擇題：(每題 8 分 共 24 分)

(答錯 1 個選項得 5 分；答錯 2 個選項得 2 分；答錯 3 個以上或未作答得 0 分)

1.	2.	3.
----	----	----