

範圍：多項式、指數 班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

注意：試題共一張，答案卷一頁，作答完畢將答案卷繳回即可，填充題需計算至最簡，答案全對始計分

一、多重選擇題，每題 8 分，答錯 1 個選項得 5 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個(含)選項以上得 0 分，不作答不給分，共 24 分

1、若多項式  $f(x) = 6x^4 - 29x^3 + 26x^2 + 14x - 12$ ，已知方程式  $f(x) = 0$  在開區間  $(1, 2)$  內存在一個有理根  $\frac{q}{p}$ ，其中  $p$  與  $q$  為互質之阿拉伯數字，試問下列何者正確：(A) 方程式  $f(x) = 0$  恰有 4 個實根 (B) 方程式  $f(x) = 0$  恰有 2 個正實根 (C) 方程式  $f(x) = 0$  恰有 2 個有理根 (D) 方程式  $f(x) = 0$  恰有 2 個虛根 (E) 方程式  $f(x) = 0$  恰有 3 個正實根與 1 個負實根。

2、已知  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  為三次實係數多項式，試問下列敘述何者正確？

- (A) 方程式  $f(x) = 0$  至少有一個有理根 (B) 若  $f(i) = 0$ ，則  $x \cdot f(x) + 1 = 0$  必有實根  
(C) 若  $f(x)$  除以  $(x-1)$  的餘式為 2，且商式  $Q(x)$  是一個係數均為正數的多項式，則  $f(x) = 0$  一定沒有大於 1 的實根 (D) 若  $f(1+\sqrt{5}) = 0$ ，則  $f(x) = 0$  恰有 3 個實根  
(E) 若不等式  $(x+1)(x+2)f(x) < 0$  的解為  $x < -2$  或  $-1 < x < 0$ ，則對任意實數  $x$ ， $ax^2 + bx + c > 0$  恆成立

3、下列敘述何者為真? (A) 若  $a, b$  均為實數, 則  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$  (B) 若  $a < 0, b > 0$ , 則

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  (C) 若  $a, b$  均為複數且  $a^2 > b^2$ , 則  $a > b$  (D) 若  $a, b, c$  均為複數且

$a^2 + b^2 - c^2 > 0$ , 則  $a^2 + b^2 > c^2$  (E) 若  $a, b, c$  均為複數且  $a^2 + b^2 > c^2$ , 則  $a^2 + b^2 - c^2 > 0$

## 二、填充題【9 格，每格 6 分，共 54 分，答案需全對才給分】

1、設  $a, b, c, p$  為實數且  $x^3 + x + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ , 試求  $a - b + c - p =$  \_\_\_\_\_

2、設  $a, c$  為實數且  $a \neq 0$ , 若方程式  $(1-i)x^2 + (4-3i)x + a(2-i) = 0$  與  $x^2 + (c+1)x + c = 0$  有共同的實根, 試求此實根 = \_\_\_\_\_

3、若  $x$  的方程式  $ax^2 + 2ax + (a+3) = 0$ ,  $ax^2 - 2ax + (2a-4) = 0$ ,  $ax^2 + 8x + (a+6) = 0$  均無實數解, 試求實數  $a$  之範圍: \_\_\_\_\_

背面有題

4、若  $k$  為整數，且方程式  $2x^3 + 11x^2 + 5kx + 7 = 0$  有 3 個相異有理根，試求  $k$  值=\_\_\_\_\_

5、方程式  $x^2 - |2x - 1| = k$  有 4 個相異實根，試求實數  $k$  的範圍：\_\_\_\_\_

6、設  $a > 0$ ，且實數  $x, y$  滿足  $2xy - 4x + y = 0$ ，又  $a^x = 10^y = 25$ ，試求  $a$  值=\_\_\_\_\_

7、設  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中  $a, b, c, d$  是實數，若  $f(3x - 1) < 0$  的解為  $-5 < x < -1$  或  $x > 4$ ，  
試求  $f(-x + 2) > 0$  的解：\_\_\_\_\_

8、試求不等式  $\frac{(1-x)^{50}(4-x)^3}{x+5} \leq 0$  的  $x$  值之範圍：\_\_\_\_\_

9、森森和森森的女友一起練習拉格朗日插值公式解一道多項式的問題：

「若  $\deg f(x) = 2$  且滿足  $f(1) = -8$ 、 $f(2) = r$ 、 $f(3) = t$ ，試求  $f(5)$  的值」

計算的過程中，森森誤將  $r$  的值看成  $-5$  求得  $f(5) = 52$ ；森森的女友將  $f(5)$  誤算成  $f(-1)$  求得  $f(-1) = -70$ 。若其他計算過程皆無誤，試求  $f(5)$  的正確值 = \_\_\_\_\_

三、計算證明題，沒有過程不予計分，共 22 分

1、已知  $f(x) = (23x^3 + 75x^2 + 62x + 8)^{12}$ ，試求：(1)  $f(x)$  除以  $x^2 + 3x + 2$  之餘式 (6 分)

(2)  $(23756208)^{12}$  除以  $(102 \times 101)$  之餘數 (6 分)

2、設  $a$  是一個固定的正數，試證明：方程式  $x^n = a$  ( $n$  為自然數) 恰有一正實根 (10 分)

背面有題

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

一、多重選擇題，共 24 分

【每題 8 分，答錯 1 選項得 5 分，答錯 2 選項得 2 分，答錯 3 選項以上得 0 分】

1		2		3	
---	--	---	--	---	--

二、填充題，共 54 分【 9 格，每格 6 分，需化簡、全對才給分】

1	2	3	4	5
6	7	8	9	

三、計算證明題 22 分，第一題 12 分，第二題 10 分，共 22 分(沒有過程不計分)

1、	2、
----	----

班級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_

一、多重選擇題，共 24 分

【每題 8 分，答錯 1 選項得 5 分，答錯 2 選項得 2 分，答錯 3 選項以上得 0 分】

1	<del>AE</del> ACE	2	C	3	BE
---	-------------------	---	---	---	----

二、填充題，共 54 分【9 格，每格 6 分，需化簡、全對才給分】

1	2	3	4	5
9	-2	$a > 4$	-4	$0 < k < \frac{1}{4}$
6	7	8	9	
16	$-9 < x < 6$ 或 $x > 18$	$x \geq 4$ 或 $x < -5$ 或 $x = 1$	-28	

三、計算證明題 22 分，第一題 12 分，第二題 10 分，共 22 分(沒有過程不計分)

<p>1、(1) <math>4096x + 8192</math> (6分)</p> <p>(2) 5712 (6分)</p>	<p>2、存在性 5分</p> <p>唯一性 5分</p>
--	-------------------------------