

市立武陵高級中學 107 學年度第 1 學期第一次段考試題 高一數學科

試題範圍：1-1 數與數線~2-2 多項式的運算與應用 (綜合除法)

102, 104-120

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 24 分)

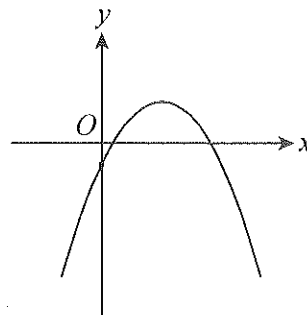
(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

() 1. 設 a 、 b 、 c 是實數，已知 $y = ax^2 + 2bx + c$ 之圖形如右，

則下列何者為真？

(A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$

(D) $b^2 - ac > 0$ (E) $b^2 + 4ac > 0$



() 2. 設 x 為實數，且 $|x-2| + |x+3| \leq 7$ ，則 x 可能為下列何者？

(A) $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$ (B) $-\sqrt{19}$ (C) $3\sqrt{19}-10$ (D) $-\pi$ (E) $3.00\bar{1}$

() 3. 下列何者為錯誤？

(A) 若 a^{50} 與 a^{36} 都是有理數，則 a^8 是有理數

(B) 若 $2a+b$ ， $2b+c$ ， $2c+a$ 均為有理數，則 a 、 b 、 c 也必均為有理數

(C) 若 a 為有理數， b 為無理數，則 a^2+b^2 必為有理數

(D) 有理數與無理數均具有稠密性

(E) 設 a 、 b 是實數，且 $a+b\sqrt{3}=0$ ，則 $a=b=0$

二、填充題：(共 60 分，答對格數與對應得分如下表)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60

1. 已知 $A(5)$ 、 $B(12)$ 為數線上兩點，若 P 點在直線 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:4$ ，則 P 點坐標為_____

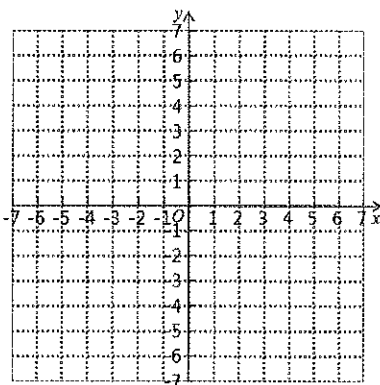
2. 一次函數 $y=f(x)=ax+b$ 在第三象限與兩軸圍出三角形的面積為 30，若將此函數向右平移 4 單位後，所圍出三角形的面積為原來的 $\frac{9}{25}$ 倍，則原一次函數 $y=f(x)=$ _____

3. 將二次函數 $y=f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形向右平移 3 單位，向上平移 7 單位可得新函數 $y=-2x^2+4x+6$ ，則數對 $(b, c)=$ _____

4. 已知 $f(x) = (3x+2)(9x^2+12x+1)+3$ ，則 $f(-\frac{x}{3})$ 除以 $(x-2)$ 得商式為 _____
5. 有一個最簡分數，其分子與分母之和為 80，若將此分數化為小數，並將小數點後第二位四捨五入可得 0.7，則此分數為 _____
6. 已知 a, b 皆為整數，且 $(a-1)^2+3|b|=7$ ，則數對 (a,b) 共有 _____ 種可能
7. 不等式 $|2x-1| < 3x+2$ 的解為 _____
8. 設 a, b, c, d, e 是實數，且 $x^4+1 = a(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + b(x+1)(x+2)(x+3) + c(x+1)(x+2) + d(x+1) + e$ ，求 $a-b+c-d+e =$ _____
9. 若二次函數 $y = x^2 - 2ax - (2a+3)$ 的圖形恆在 $y = ax^2 - 2x$ 圖形的上方，則實數 a 的範圍為 _____
10. 若 $x > -3$ ，且 $f(x) = (x + \frac{1}{x+3})^2 + 4(x + \frac{1}{x+3}) + 1$ 在 $x = a$ 時有最小值 b ，則 $a+b =$ _____

三、作圖證明題：(共 16 分)

1. 試畫出 $f(x) = |x^2 - x - 2| - (x+1)$ 的圖形 (7 分)



2. 證明：(1) 若 a 是正整數且 a^2 是偶數，試證 a 是偶數 (3 分)
- (2) 試證 $\sqrt{2}$ 是無理數 (6 分)

市立武陵高級中學 107 學年度第 1 學期第一次段考試題 高一數學科

試題範圍：1-1 數與數線～2-2 多項式的運算與應用（綜合除法） _____ 班 _____ 號 姓名 _____

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 24 分)

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1.	2.	3.
----	----	----

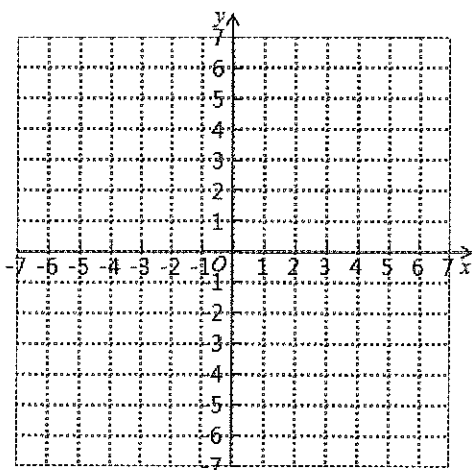
二、填充題：(共 60 分，答對格數與對應得分如下表)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

三、作圖證明題：(共 16 分)

1. 試畫出 $f(x) = |x^2 - x - 2| - (x+1)$ 的圖形 (7 分)



2. 證明：

(1) 若 a 是正整數且 a^2 是偶數，試證 a 是偶數 (3 分)

(2) 試證 $\sqrt{2}$ 是無理數 (6 分)

市立武陵高級中學 107 學年度第 1 學期第一次段考試題 高一數學科

試題範圍：1-1 數與數線 ~ 2-2 多項式的運算與應用(綜合除法) 班 _____ 號 姓名 _____

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 24 分)

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1.	2.	3.
BDE	AD	CE

二、填充題：(共 60 分，答對格數與對應得分如下表)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	30	36	42	48	52	56	60

1.	8 或 -16	2.	$-\frac{3}{5}x-6$	3.	$(-8, -7)$	4.	$-x^2+4x-1$	5.	$\frac{33}{47}$
6.	8	7.	$x > -\frac{1}{5}$	8.	53	9.	$a < -4$	10.	-4

三、作圖證明題：(共 16 分)

1. 試畫出 $f(x) = |x^2 - x - 2| - (x+1)$ 的圖形 (7 分)

【解】

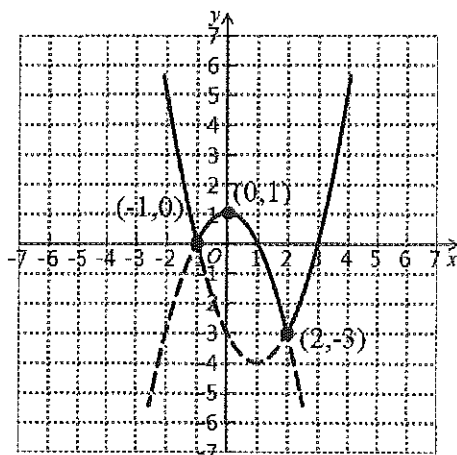
Case1. 若 $x^2 - x - 2 \geq 0$ ，即 $x \leq -1$ 或 $x \geq 2$ (2 分)

則 $f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$ (1 分)

Case2. 若 $x^2 - x - 2 < 0$ ，即 $-1 < x < 2$ (2 分)

則 $f(x) = -x^2 + 1$ (1 分)

(圖形 1 分)



2. 證明：

(1) 若 a 是正整數且 a^2 是偶數，試證 a 是偶數 (3 分)

【證】反證法：

設正整數 a 不為偶數，即 a 為奇數，

令 $a = 2k - 1, k \in \mathbb{N}$ (1 分)

則 $a^2 = (2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1$

$= 4k(k - 1) + 1$ 必為奇數 (1 分)

但已知 a^2 是偶數產生矛盾，故正整數 a 是偶數 (1 分)

(2) 試證 $\sqrt{2}$ 是無理數 (6 分)

【證】反證法：

設 $\sqrt{2}$ 為有理數，令 $\sqrt{2} = \frac{n}{m}, m, n \in \mathbb{N}, (m, n) = 1$ (2 分)

$\Rightarrow 2 = \frac{n^2}{m^2} \Rightarrow n^2 = 2m^2 \Rightarrow n$ 是偶數 (1 分)

則可令 $n = 2k, k \in \mathbb{N}$

代入得 $m^2 = 2k^2 \Rightarrow m$ 是偶數 (1 分)

但此與 $m, n \in \mathbb{N}, (m, n) = 1$ 產生矛盾

故 $\sqrt{2}$ 不為有理數，而是無理數 (2 分)