

桃園市立武陵高中 114 學年度(下)二年級數學科第一次期中考題目卷
範圍：龍騰版第四冊數 A 單元 1~4 班級：___ 座號：___ 姓名：_____

請將每題的答案劃在答案卡上相應的位置。

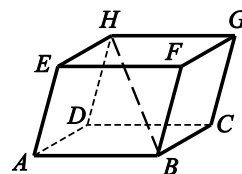
一、是非題：(正確請填 1，錯誤請填 2。每題 2 分，共 16 分)

1. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為空間中三向量，若 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影與 $\vec{a}$ 在 $\vec{c}$ 上的正射影皆為 $(3, 4, 5)$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$ 。
2. 空間中，平面 E 上有 B, C 兩點與直線 L ，且 $\overline{BC}$ 垂直 L 於 C 點。若 A 點在平面 E 外且 $\overline{AC}$ 垂直 L 於 C 點，則 $\overline{AB}$ 垂直平面 E 。
3. 對空間中的任意 $\triangle ABC$ ， $(\overrightarrow{AB} \times 2\overrightarrow{AC}) \perp (3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$ 恆成立。

4. 設空間向量 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3), \vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ ，則三階行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$ 對第二

列降階展開可得 $-\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$ 。

5. 空間兩向量 $\vec{u} = (a, b, 0), \vec{v} = (c, d, 1)$ ，其中 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1$ ，則 $ac + bd$ 的最大值為 $\sqrt{2}$ 。
6. 空間向量 $\vec{u}$ 的長度是 1，若非零向量 $\vec{v}$ 滿足 $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{v}|$ ，則 $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ 。
7. 空間中，平面 E 上有兩相異直線 L 與 L' 。已知直線 L 也在另一平面 F 上，且直線 L' 在平面 F 的投影與直線 L 重合，則平面 E 與平面 F 所夾二面角為 90° 。
8. 空間中有一平行六面體 $ABCD-EFGH$ ，如右圖所示，向量 $\overrightarrow{HB}$ 可由 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$ 表示為 $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}$ 。



二、多重選擇題：(每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分)

9. 坐標空間中，令平面 E 為通過三點 $A(1, -2, 3), B(-1, 2, -1), C(0, 1, 2)$ 的平面。假設 P 點為空間中一點且滿足 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + 3(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC})$ ，下列敘述何者正確？
 - (1) $\triangle ABC$ 為銳角三角形
 - (2) $\triangle ABC$ 的面積為 $3\sqrt{2}$
 - (3) 四面體 $ABCP$ 的體積為 108
 - (4) 點 P 在平面 E 上的投影點 H 落在 $\triangle ABC$ 外
 - (5) 點 P 在平面 E 上的投影點 H 落在 yz 平面上。

10. 設 $\vec{a}, \vec{b}$ 為空間中的二個相異向量且滿足內積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$ 與外積 $\vec{a} \times \vec{b} = (-1, -2, 5)$ ，下列敘述何者正確？

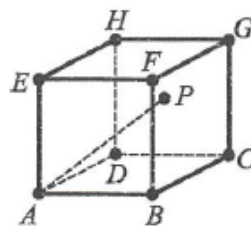
- (1) $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$
- (2) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 夾角 θ 的正切值 $\tan \theta = \sqrt{5}$
- (3) $\vec{a}$ 可能為 $(5, 0, -1)$
- (4) $|\vec{a}| + |\vec{b}| \geq 6$
- (5) 若已知 $\vec{a}$ ，則 $\vec{b}$ 不可以被唯一決定。

三、填充題：

(第一部份，每題 7 分，共 35 分)

A. 三階行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 47 & 3 \\ -1 & 37 & 13 \\ 3 & 52 & -2 \end{vmatrix}$ 的值為 ⑪ ⑫ ⑬ ⑭。

B. 如圖所示， $ABCD-EFGH$ 為邊長等於 12 之正立方體。若 P 點在立方體之內部且滿足 $\vec{AP} = \frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{AE}$ ，則 P 點至直線 AB 之距離為 $\sqrt{⑮ ⑯ ⑰}$ 。



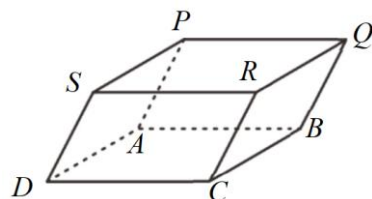
C. 空間中有一 $\triangle ABC$ ，其中 $A(1, 3, 3), B(5, 0, 5), C(0, 5, 3)$ ，則點 B 在 $\overline{AC}$ 邊上的垂足坐標為 $(⑱, ⑲ ⑳, ㉑)$ 。

D. 已知正立方體中的三頂點為 $P(4,3,8), Q(0,7,4), R(2,5,0)$ ，求此正立方體的中心點坐標為 (22, 23, 24)。

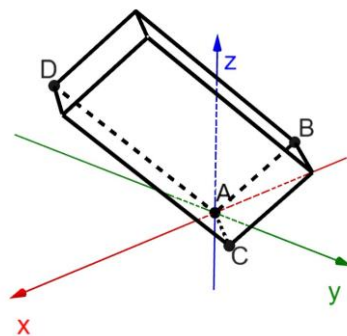
E. 已知空間向量 $\vec{a} = (x, y, z), \vec{b} = (-1, 3, 2), \vec{c} = (1, 2, 1)$ 。若 $x^2 + y^2 + z^2 = 140$ ，則 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 所張的平行六面體的體積最大值為 (25) (26)。

(第二部份，每題 5 分共 20 分)

F. 坐標空間中有一平行六面體 $PQRS-ABCD$ ，如圖所示。設 $A(0,0,0), B(2,1,1), D(-3,-3,3), P(1,2,1)$ ，若平行六面體上（含邊界）距點 A 最遠的距離為 d ，則 $d^2 =$ (27) (28)。

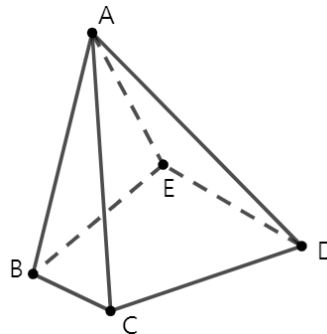


G. 右圖為一長方體，已知頂點 $A(0,0,0), B(-4,3,5), C(3,4,0)$ 。若此長方體的體積為 500 立方單位，則 D 點坐標為 (29, 30) (31, 32) (33)。



H. 正四面體 $ABCD$ 中，點 H 為底面 BCD 的中心。若點 E 在 $\overline{AH}$ 上且 $\angle BEC = 90^\circ$ ，則 $\overline{AE} : \overline{EH} =$ (34) : (35)。(化成最簡整數比，例如 6:4 須作答為 3:2)

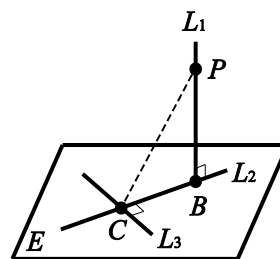
- I. 如下圖，四角錐 $A-BCDE$ 中，側面 $\triangle ABE$ 為正三角形，底面四邊形 $BCDE$ 為梯形，其中 $\overline{BC}$ 平行 $\overline{DE}$ 且 $\angle CBE = 90^\circ$ ， $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{AB} = \overline{DE} = 2$ ， $\overline{BC} = 1$ ，則 $\cos \angle CAD$ 之值為 $\frac{\sqrt{36 \cdot 37}}{38}$ 。



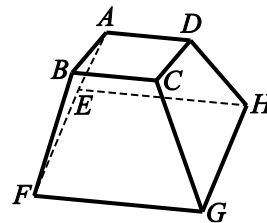
四、混合題（共 13 分）（請將證明與計算過程填寫至答案卷上）

三垂線定理是立體幾何中用於證明線線垂直的重要工具，現在讓我們先證明它再應用於立體圖形中。

1. 在空間中，設直線 L_1 垂直平面 E 於 B 點， L_2 是平面 E 上過 B 點的直線，直線 L_3 也在平面 E 上，如下圖。試證：若 L_2 與 L_3 垂直於 C 點，則直線 PC 垂直 L_3 （其中 P 點為 L_1 上異於 B 的任一點）。（6 分）



2. 如下圖， $ABCD-EFGH$ 為一正四角稜台，已知正方形 $ABCD$ 的邊長為 7 公尺，正方形 $EFGH$ 的邊長為 15 公尺，側稜的長皆為 8 公尺且平面 $ABCD$ 與平面 $EFGH$ 平行，求側平面 $BCGF$ 與底平面 $EFGH$ 的二面角之正弦值。（7 分，計算題，需詳列過程，否則不予計分）

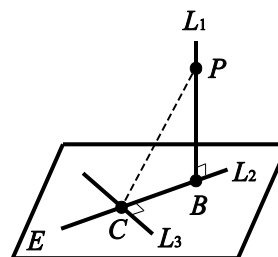


桃園市立武陵高中 114 學年度(下)二年級數學科第一次期中考答案卷
範圍：第四冊數 A 單元 1~4 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

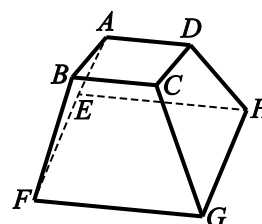
四、混合題（共 13 分）

三垂線定理是立體幾何中用於證明線線垂直的重要工具，現在讓我們先證明它再應用於立體圖形中。

1. 在空間中，設直線 L_1 垂直平面 E 於 B 點， L_2 是平面 E 上過 B 點的直線，直線 L_3 也在平面 E 上，如下圖。試證：若 L_2 與 L_3 垂直於 C 點，則直線 PC 垂直 L_3 （其中 P 點為 L_1 上異於 B 的任一點）。（6 分）



2. 如下圖， $ABCD-EFGH$ 為一正四角稜台，已知正方形 $ABCD$ 的邊長為 7 公尺，正方形 $EFGH$ 的邊長為 15 公尺，側稜的長皆為 8 公尺且平面 $ABCD$ 與平面 $EFGH$ 平行，求側平面 $BCGF$ 與底平面 $EFGH$ 的二面角之正弦值。（7 分，計算題，需詳列過程，否則不予計分）



一、是非題：

22112111 (XXOOXOOO)

二、多選題

9. (2)(4)

10. (1)(2)

三、填充題

A. -250

B. $\sqrt{145}$

C. (3, -1, 3)

D. (3, 4, 4)

E. 70

F. 27

G. (8, -6, 10)

H. 1:1

I. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

四、混合題

1. 略

2. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

說明 $\angle CQP$ 是所求二面角 (2 分)

求出 $\overline{CQ} = 4\sqrt{3}$ (2 分)

求出 $\overline{CP} = 4\sqrt{2}$ (2 分)

求出 $\sin \angle CQP = \frac{\sqrt{6}}{3}$ (1 分)

