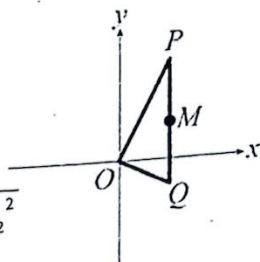


一、多重選擇題

(每題全對得 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分，共 40 分)

- 1.() 若有一圓 $C: x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ 通過點 $A(-1, 0)$ ，已知直線 $L_1: 2x - y = 0$ 及 $L_2: x + 2y + 5 = 0$ 皆為此圓的對稱軸，假設此圓之圓心坐標為 (α, β) ，則下列敘述何者正確？
 (1) $e = -4$ (2) $f = 1$ (3) $d + e + f = 9$ (4) $\alpha = -1$ (5) 半徑 $r = 2$ 。

- 2.() 如右圖，坐標平面上，直線 $\overline{OP}$ 的斜率為 m_1 ，直線 $\overline{OQ}$ 的斜率為 m_2 ，直線 $\overline{PQ}$ 的方程式為 $x = 1$ ， $\angle POQ = 90^\circ$ (O 為原點)， M 為 $\overline{PQ}$ 的中點，試選出正確的選項。

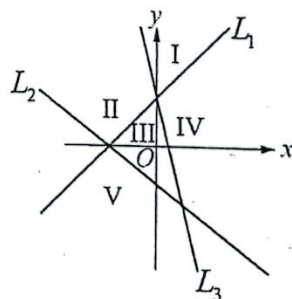


- (1) $\triangle OPM$ 的面積為 $\frac{1}{2}(m_1 - m_2)$ (2) $\triangle OPQ$ 的面積為 $\frac{1}{2}\sqrt{1 + m_1^2 + m_2^2 + m_1^2 m_2^2}$
 (3) $|m_1| > |m_2|$ (4) 直線 $\overline{OM}$ 的方程式為 $2y = (m_1 + m_2)x$ (5) $1 + m_1 m_2 = 0$ 。

- 3.() 設 $\Gamma: x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ 為坐標平面上的圓方程式。試選出正確的選項。
 (1) Γ 的圓心坐標為 $(3, 4)$ (2) 若 $P(x, y)$ 為圓 Γ 上一點，則 $\sqrt{(x-9)^2 + (y-12)^2}$ 的最大值為 15
 (3) Γ 上的點與點 $(9, 12)$ 的距離為整數的有 20 個
 (4) Γ 上恰有兩個點在直線 $L_1: 4x + 3y + 1 = 0$ 上
 (5) Γ 上恰有兩個點與直線 $L_2: 4x + 3y - 39 = 0$ 的距離等於 2。

- 4.() 坐標平面被三條直線 $L_1: -x + y - 4 = 0$ ， $L_2: 3x + 4y + 12 = 0$ ， $L_3: 4x + y - 4 = 0$ ，分成七個區域，I、II、III、IV、V 為其中五個區域，如右圖，試問下列哪些區域中的點 (x, y) 滿足不等式

- $(-x + y - 4)(3x + 4y + 12)(4x + y - 4) \geq 0$ ？
 (1) I (2) II (3) III (4) IV (5) V。



- 5.() 設坐標平面上 $A(0, 3)$ 、 $B(0, -3)$ ，若直線 $L: 2x + y = k$ 上可以找到點 P ，滿足 $\angle APB = 90^\circ$ ，則實數 k 可能為下列哪一個數？
 (1) 11 (2) 9 (3) 0 (4) -6 (5) -8。

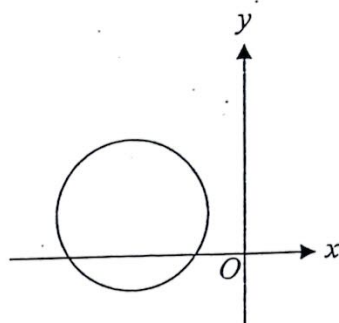
二、填充題

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	22	28	34	38	42	46	50	54

1. 如右圖，若定圓的半徑為 a ，圓心為 (b, c) ，則直線 $ax + by + c = 0$ 與直線 $x - y + 1 = 0$ 的交點在哪一個象限？

(1) 第一象限 (2) 第二象限 (3) 第三象限 (4) 第四象限 (5) 無法確定。

答：_____。(單選)



2. 若圓心在直線 $2x - y - 7 = 0$ 上的圓 Γ 與 y 軸交於兩點 $A(0, -4)$ 、 $B(0, -2)$ ，則圓 Γ 的方程式為_____。

3. 設 k 為實數，若方程式 $k^2x^2 + (2k+3)y^2 - 2kx - 3k = 0$ 的圖形為一圓，求此圓的半徑為_____。

4. 已知直線 L 過點 $(-2, 0)$ ，當直線 L 與圓 $x^2 + y^2 = 2x$ 有兩個交點時，直線 L 的斜率 m 的最大可能範圍為_____。

5. 在坐標平面上，直線 $L: 2x + 3y = 1$ 與斜率為 2 的直線 M 相交於 P 點，若直線 L 沿著 x 軸方向，向左平移 2 單位，再沿著 y 軸方向，向上平移 3 單位後，與直線 M 相交於 Q 點，則線段 PQ 的長為_____。

6. 坐標平面上，已知三直線 $L_1: y = -4x$ ， $L_2: y = 2x$ ， $L_3: 2y = m(2x - 5)$ 圍成一個三角形 ABC ，若點 $P(2, 3)$ 在 $\triangle ABC$ 內部(不含邊界)，則實數 m 的最大可能範圍為_____。

7. 坐標平面上，動直線 $ax + by + c = 0$ 與圓 $x^2 + y^2 = 4$ 相交於 A 、 B 兩點，且 $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ ，若 $\overline{AB}$ 的中點為 P ，則所有可能的 P 點所成圖形的方程式為_____。

8. $\triangle ABC$ 中，過 $A(2,5)$ 點之高所在之直線方程式為 $3x - y - 1 = 0$ ，若 $\angle B$ 之角平分線為 $x + y - 5 = 0$ ，則 B 點坐標為_____。

9. 在坐標平面上，直線 $L: x - y - 5 = 0$ 與圓 Γ 不相交，若圓 Γ 上的點與 L 之最短距離為 $2\sqrt{2}$ ，而圓 Γ 上距離 L 最遠的點為 $(0,3)$ ，則圓 Γ 的方程式為_____。

10. 坐標平面上，過 $A(-1,10)$ 、 $B(6,3)$ 、 $C(2,1)$ 三點的圓方程式為_____。

三、計算題(6分)

1. 在坐標平面上，已知直線 $L: mx - y - \sqrt{3}m - \sqrt{2} = 0$ ，圓 $\Gamma: (x - 4 - \sqrt{3})^2 + (y - 2 + \sqrt{2})^2 = 4$ ，且圓 Γ 的圓心為 A 點，若直線 L 與圓 Γ 交於 P 、 Q 兩點，則當 $\triangle APQ$ 面積最大時，試求實數 m 之值。

得分

一、多重選擇題

(每題全對得 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個以上選項得 0 分，共 40 分)

1. (2)(4)(5)	2. (2)(3)(4)(5)	3. (1)(2)(3)	4. (1)(3)	5. (3)(4)
-----------------	--------------------	-----------------	--------------	--------------

二、填充題

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	22	28	34	38	42	46	50	54

1. (3)	2. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$	3. $\frac{\sqrt{10}}{3}$	4. $-\frac{\sqrt{2}}{4} < m < \frac{\sqrt{2}}{4}$
5. $\frac{5\sqrt{5}}{8}$	6. $m > 2$ 或 $m < -6$	7. $x^2 + y^2 = 1$	8. (3, 2)
9. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$	10. $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 25$		

三、計算題(6 分)

Ans: 1 或 $\frac{1}{7}$

圓心 $A(4+\sqrt{3}, 2-\sqrt{2})$ ，半徑=2 (1 分)

設 $\overline{PQ}$ 中點為 R ，且 $\overline{AR}=a, \overline{RQ}=b \Rightarrow a^2+b^2=4$ ， $\triangle APQ$ 面積= ab

所以由算幾不等式知 $\frac{a^2+b^2}{2} \geq \sqrt{a^2b^2} = ab \Rightarrow ab \leq 2$ (2 分)

等號發生的充要條件為 $a=b=\sqrt{2}$

$\Rightarrow d(A, L) = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{|4m-2|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{2}$ (2 分)

$\Rightarrow 7m^2 - 8m + 1 = 0$

$\Rightarrow m = 1$ 或 $\frac{1}{7}$ (1 分)

