

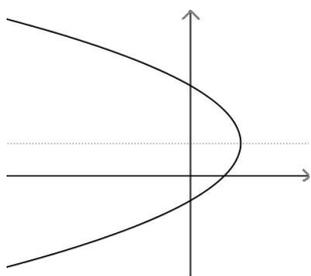
國立武陵高級中學九十九學年度第一學期二年級自然組數學期末考

一、單選題 每題 5 分，共 10 分，答錯不倒扣

1. 已知一球面方程式： $S: x^2 + y^2 + z^2 + 2(k+1)x - 2ky + 2(k+2)z + 29 = 0$ ，若點 $A(2, -1, 2)$ 在 S 外部(不含邊界)，試求 k 之範圍。
 (A) $k > -5$ (B) $-5 < k < -4$ (C) $k < -4$ (D) $k > 2$ 或 $k < -4$ (E) $k > 2$ 或 $-5 < k < -4$
2. 以 $L: x - 1 = y = z$ 為母線繞 x 軸形成一直圓錐面 Ω ，若平面 $E: 4y + 5z = 0$ ，試問 Ω 被 E 所截的圖形為何？
 (A) 橢圓 (B) 雙曲線 (C) 拋物線 (D) 相交兩直線 (E) 一點

二、多重選擇題 每題 10 分，答錯一個得 6 分，答錯兩個得 2 分，答錯三個以上得 0 分，共 20 分

1. 如下圖所示，圖形為拋物線 $x = ay^2 + by + c$ 的一部份，虛線 $y = 2$ 為對稱軸，試問下列選項哪些正確？
 (A) $b > 0$ (B) $c < 0$ (C) $a + b + c > 0$ (D) $16a + 4b + c < 0$ (E) $\sqrt{b^2 - 4ac} + 4a < 0$

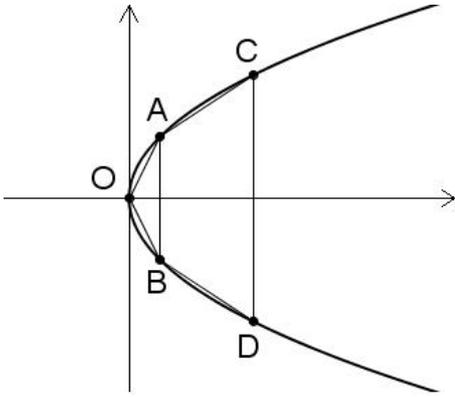


2. 過球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z = 11$ 外一點 $P(1, -3, 9)$ 作球面之切線，其切點形成的軌跡為一圓 C 。則：
 (A) 圓 C 半徑為 $\frac{20}{13}$ (B) 圓 C 所在的平面方程式為 $3x - 4y + 12z - 21 = 0$ (C) 任一條切線段長皆為 12 (D) 若圓 C 圓心為 B 點， S 之球心為 A 點，則 $\overline{PB} : \overline{AB} = 12 : 5$ (E) 過 P 所作之切線段與圓 C 可形成一直圓錐 Γ_1 ，過球心與所有切點的連線段可與圓 C 形成另一個直圓錐 Γ_2 ，則 Γ_1 與 Γ_2 的體積和為 $\frac{300\pi}{13}$ (直圓錐體積 = $\frac{1}{3} \times$ 底面圓面積 \times 高)

三、填充題 每格 6 分，共 48 分

1. 球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 + 10x - 6y + 8z - 50 = 0$ 與平面 $E: 3x - y + 3z = 8$ 相交於一圓，求此圓之圓心座標： (A) 。
2. 若直線 $\frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-1}{1}$ 與球面 $x^2 + y^2 + z^2 - x - 4y + kz + (6-k) = 0$ 相切，若 $k > 0$ ，試求 k 的值： (B) ，與切點座標： (C) 。
3. 有一球面與平面 $3x - 4y - 12z + 1 = 0$ 相切於點 $A(1, 1, 0)$ ，且通過點 $B(10, 2, 8)$ ，試求此球面方程式： (D) (以標準式表示)
4. 求與圓 $C: x^2 + y^2 + 10y + 17 = 0$ 相切，且 x, y 截距相等之直線方程式： (E) 。

5. 有一圓 C ，其圓心在第一象限，且和直線 $y = x$ 相切，若此圓的圓周被 x 軸分成兩段弧，弧長比為 $3:1$ ，且此圓通過 $(8, 4)$ ，求此圓之圓心座標： (F)。
6. 試求與拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x + 4y - 12$ 共軸共焦點，通過點 $A(6, 6)$ ，且開口朝左之拋物線方程式： (G)。(以標準式表示)
7. 如下圖， Γ 之方程式為 $y^2 = 4x$ ， O 為 Γ 之頂點， \overline{AB} 為 Γ 之正焦弦。已知 Γ 之另一弦 \overline{CD} 與 \overline{AB} 平行， C 在第一象限，且梯形 $ABDC$ 之面積為 $\triangle OAB$ 之面積的 9 倍，則 C 點的座標為： (H)



四、計算題 每題配分寫於題後，共 22 分

1. 給定一圓 $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ 及一點 $P(5, -1)$ ，求過 P 點且與圓 C 相切之直線方程式。(12%)
2. 試求圖形 $\Gamma: 2[(x - 1)^2 + (y - 1)^2] = (x + y + 2)^2$ 之
 (1) 準線方程式 (2%) (2) 焦點座標 (2%) (3) 對稱軸方程式 (3%) (4) 頂點座標 (3%)

國立武陵高級中學九十九學年度第一學期二年級自然組數學期末考答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

選擇題答案：(配分如下，多選錯一個得 6 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上得 0 分)

| 單選 1(5分) | 單選 2(5分) | 多選 1(10分) | 多選 2(10分) |
|----------|----------|-----------|-----------|
| | | | |

填充題答案：每格 6 分，共 48 分

| | | |
|-----|-----|-----|
| (A) | (B) | (C) |
| | | |
| (D) | (E) | (F) |
| | | |
| (G) | (H) | |
| | | |

計算題答案：(未附算式不予計分)

| (1)(12分) | (2)(10分) |
|----------|----------|
| | |

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

選擇題答案：(配分如下，多選錯一個得 6 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上得 0 分)

| | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|
| 單選 1(5分) | 單選 2(5分) | 多選 1(10分) | 多選 2(10分) |
| E | D | AC | C |

填充題答案：每格 6 分，共 48 分

| | | |
|--|--------------------------------|-----------------|
| (A) | (B) | (C) |
| (1, 1, 2) | 5 | (-1, 3, 0) |
| (D) | (E) | (F) |
| $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 + (z - 12)^2 = 169$ | $x + y + 9 = 0, x + y + 1 = 0$ | (6, 2), (15, 5) |
| (G) | (H) | |
| $(y - 2)^2 = -16(x - 7)$ | (4, 4) | |

計算題答案：(未附算式不予計分)

| | |
|--|--|
| (1)(12分) | (2)(10分) |
| $x = 5$ 或 $y + 1 = -\frac{21}{20}(x - 5)$ | (1) $x + y + 2 = 0$ (2分) (2) (1, 1) (2分) (3) $x = y$ (3分) (4) (0, 0) (3分) |