

範圍： ch3、ch4

一、是非題(每題 2 分，共 12 分)

已知 $f(x)$ 為多項式函數， a 為實數，試回答下列的問題，正確的寫 O，錯誤的寫 X：

- () 1. 若 $f''(a) > 0$ ，則 $f(x)$ 在 $x=a$ 處有極小值
- () 2. 若 $f''(a) = 0$ ，則 $(a, f(a))$ 為 $y = f(x)$ 圖形的反曲點
- () 3. 若在 $f(x)$ 在 $x=a$ 處的切線為水平線，則 $f(a)$ 為多項式函數 $f(x)$ 的極值
- () 4. 若多項式函數 $f(x)$ 在區間 $[0,1]$ 嚴格遞增，則在 $[0,1]$ 區間 $f'(x) > 0$ 。
- () 5. 若 $f(x)$ 為奇函數，則 $f'(a) = f'(-a)$
- () 6. 若 $g(x) = \frac{[3x+3]}{x+1}$ ，其中 $[x]$ 為高斯函數，則 $g(x)$ 在 $x=0$ 處可微分

二、填充題(第 I 部分每格 6 分，第 II 部分每格 4 分，共 46 分)

第 I 部分

1. 試求以下函數的導數：

(1) $f(x) = x^5 - 7x^2 + 6x - 1$ ， $f'(1) =$ _____

(2) $f(x) = (x^2 + 3x - 1)(5x^3 - 2x^2 + 3)$ ， $f'(1) =$ _____

(3) $f(x) = (2x^3 - x)^3$ ， $f'(1) =$ _____

(4) $f(x) = \frac{4x^2 + 2x - 5}{x^2 + 3}$ ， $f'(1) =$ _____

2. 已知 $f(x)$ 為三次多項式函數，若 $(1,5)$ 在 $y = f(x)$ 圖形上，且 $f'(1) = 2$ 、 $f''(1) = 16$ 、 $f'''(1) = 12$ ，試問 $f(1.1)$ 的值約為 _____ (四捨五入取到小數點後第一位)

第 II 部分

3. 若 a 、 b 為實數，已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x \geq 3 \\ bx + 2a, & x < 3 \end{cases}$ 為可微分函數，試求 $(a,b) =$ _____

4. 假設 k 為實數，且三次函數 $f(x) = (k+1)x^3 - 2kx^2 + kx - 1$ 有極值，試求可能的 k 的範圍為 _____

5. 求過 $f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$ 函數圖形上一點 $\left(1, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 的切線斜率為 _____

6. 已知 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$ 。若過 $(4,0)$ 對 $y = f(x)$ 所做的切線有兩條，則其中斜率小於零的切線方程式為 _____

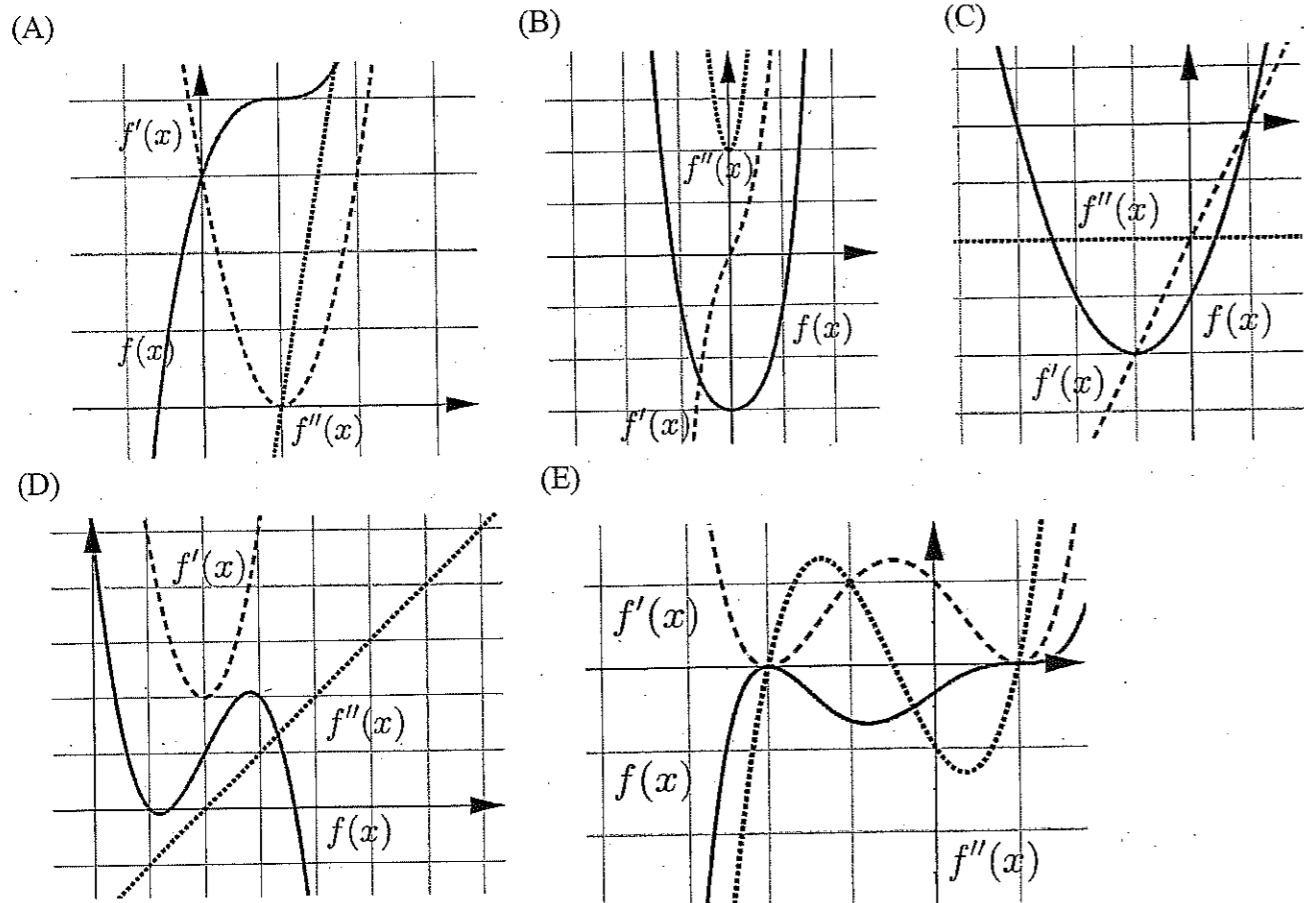
三、多重選擇題(1 題 8 分，錯一個選項扣 3 分，未作答該題 0 分，共 24 分)

- () 1. 已知 $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 2$ ，試選出正確的選項：
- (A) $f(x)$ 在 $x=0$ 處的一次估計為 $-x+2$
- (B) $f(x)$ 在 $x=1$ 處的一次估計為 $-x+2$
- (C) $f(0.001)$ 的近似值取到小數點後第三位的值為 1.999
- (D) $f(x)$ 函數圖形在區間 $[0,1]$ 處為凹口向下
- (E) $f(x) + x - 2$ 恆不小於零

() 2. 已知 $f(x)$ 為三次多項式函數，且 $f'(x)$ 在 $x=a$ 有最小值 K ，試選出正確的選項：

- (A) 若 $K > 0$ ，則 $f(x)$ 與 x 軸有三個交點
- (B) 若 $K = 0$ ，則 $f(x) - f(a) = 0$ 在 $x = a$ 處有重根
- (C) 若 $K < 0$ ，則 $f(x)$ 沒有極值
- (D) $f''(a) > 0$
- (E) $f(x)$ 的首項係數大於零

() 3. 若將多項式函數 $f(x)$ (圖形用—表示)、一階導函數 $f'(x)$ (圖形用----表示)、二階導函數 $f''(x)$ (圖形用.....表示) 畫在同一個座標平面上，試選出正確的圖形選項：



四、 計算繪圖題：(共 10 分，若無計算過程不予計分)

1. 已知 $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x + 1$ 為定義在閉區間 $[-1, 2]$ 上的函數，則：
 - (1) 試求函數 $f(x)$ 所有的極大值與極小值。(3 分)
 - (2) 試求函數 $f(x)$ 的反曲點。(3 分)
 - (3) 請在答案卷的方格紙上，畫出 $y = f(x)$ 的函數圖形。
(須在圖上標出所有極值點與反曲點的座標)(4 分)

五、 計算混合題：(共 8 分，若無計算過程不予計分)

1. 汽車在行駛的時候，當行駛速度不同時，耗油的情形也會有所不同，一般來說，速度過低或過高都會產生不必要的耗油。已知當某台汽車以速度 v (單位： $km/hour$) 均速直線行駛時 ($v \geq 10$)，

每小時耗油量 $f(v)$ (單位： $L/hour$) 為 $f(v) = 0.0025v^2 - 0.2v + 16$ 。試回答下列問題：

- (1) 若駕駛以時速 $40(km/hour)$ 等速直線行駛於國道上，則此時汽車行駛每公里需要消耗多少公升汽油？(單選題，2 分)
(A)20 (B)16 (C)12 (D)3 (E)0.3
- (2) 若駕駛以時速 $v(km/hour)$ 等速直線行駛於國道上，則此時汽車行駛每公里需要消耗多少公升汽油？(請以 v 的函數形式表示)(2 分)
- (3) 若小武想要以經濟時速(使汽車行駛每公里油耗量最少的速度) 等速直線行駛於國道上，則小武需要以多少的速度行駛？此時汽車行駛每公里需要消耗多少公升汽油？
(4 分)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

六、 是非題(每題 2 分，共 12 分)

1. X	2. X	3. X	4. X	5. O	6. X
------	------	------	------	------	------

七、 填充題(第 I 部分每格 6 分，第 II 部分每格 4 分，共 46 分)

第 I 部分

1.(1) -3	1.(2) 63	1.(3) 15	1.(4) $\frac{19}{8}$	2. 5.3
----------	----------	----------	----------------------	--------

第 II 部分

3. (-3, 3)	4. $k > 3$ or $k < 0$ 且 $k \neq -1$	5. $-\frac{\sqrt{2}}{6}$	6. $y = -3x + 12$
------------	--	--------------------------	-------------------

八、 多重選擇題(1 題 8 分，錯一個選項扣 3 分，未作答該題 0 分，共 24 分)

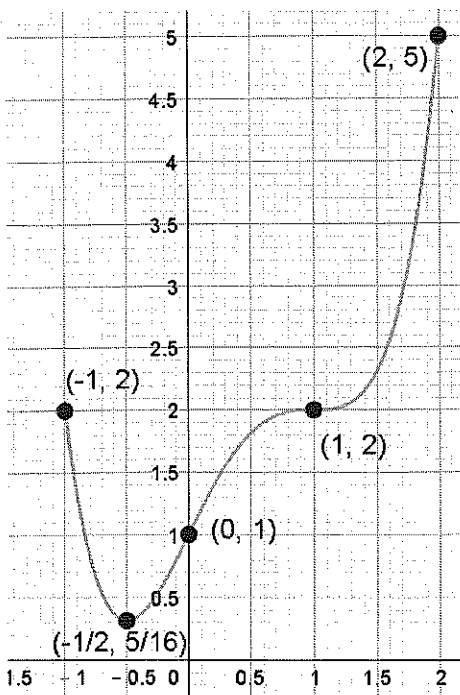
1. ABCE	2. BE	3. AB
---------	-------	-------

九、 計算繪圖題：

(共 10 分，若無計算過程不予計分)

(1) 極小值： $\frac{5}{16}$ ；極大值：2、5

(2) (0, 1)、(1, 2)



十、 計算混合題：

(共 8 分，若無計算過程不予計分)

(1) E

(2) $f(v) = \frac{0.0025v^2 - 0.2v + 16}{v}$

(3) 即求過原點且與 $f(v)$ 相切直線中，斜率為正的那條

$$f'(v) = 0.005v^2 - 0.2$$

若切點為 $(a, f(a))$ ，則切線可設為

$$y - f(a) = f'(a)(v - a)$$

代入 $(0, 0)$ ，可得 $a = 80$ ， $\frac{f(a)}{a} = 0.2$

答：(1) 80 km/hour (2) 0.2 L/km