國立武陵高級中學　106 學年度第 1 學期　數學科　高一　第二次段考　　題目卷

範圍：ch2-2~3-1　　　　班級：______　座號：______　　姓名：________

一、多重選擇題

(每題 8 分，共 16 分。答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上得 0 分)

1、(　　　)下列哪些敘述是正確的？

(A)若 $f(x)$ 為三次多項式，則方程式 $f(x)=0$ 至少有一實根。

(B)設多項式 $f(x)=6x^4+ax^3+bx^2+cx+4$，其中 a、b、c 為實數，則 $3x-5$ 不可能為 $f(x)$ 的因式。

(C)設多項式 $f(x)=6x^4+ax^3+bx^2+cx+4$，其中 a、b、c 為正整數，則 $3x-2$ 有可能為 $f(x)$ 的因式。

(D)設 $ax^2+bx+c=0$ 為二次方程式，若判別式 $b^2-4ac<0$，則方程式有兩共軛虛根。

(E)若 $f(x)$ 為實係數多項式，若 $f(1)\cdot f(2)<0$，則方程式 $f(x)=0$ 在 1 到 2 之間至少存在一實根。

2、(　　　)不等式 $x(x-2)(x+3)\le 0$ 的解與下列哪些不等式的解完全相同？

(A) $x^2(x-2)(x+3)\le 0$　　(B) $\dfrac{x(x-2)}{x+3}\le 0$　　(C) $\dfrac{x(x+3)(x^2-4)}{x+2}\le 0$

(D) $x(x-2)(x+3)^3(x^2+3)\le 0$　　(E) $(x^2+x-6)(x^5+6x^3+9x)\le 0$

二、填充題(依照下表給分)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	**12**	**22**	**32**	**40**	**47**	**53**	**58**	**61**	**64**	**66**	**68**

1、求多項式 x^3-2x^2+3x+5 除以 $x-2$ 的餘式為________

2、設三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(0)=f(1)=f(3)=5$ 且 $f(2)=7$，則多項式 $(x^2+1)\cdot f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為________

3、 設多項式 $f(x)=1\cdot\frac{(x-3)(x-\sqrt{2})}{(1-3)(1-\sqrt{2})}+9\cdot\frac{(x-1)(x-\sqrt{2})}{(3-1)(3-\sqrt{2})}+2\cdot\frac{(x-1)(x-3)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-3)}$，求 $f(7)=$________

4、 設 $f(x)=x^3-5$，$g(x)=x^3+2x+1$，若方程式 $f(x)=0$ 之三根為 α、β、γ，求 $g(\alpha)+g(\beta)+g(\gamma)$ =__________

5、 設 $f(x)=x^4+ax^3+bx+c$，其中 a，b，c 為實數。已知 $f(x)$ 除以 x^2+1 的餘式為 $3x+2$；$f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 3，求數對 $(a,b,c)=$________

6、 設 k 為實數，且 α、β 為方程式 $x^2-(2k-1)x+(k^2-3k+1)=0$ 的兩實根，求 $\alpha^2+\beta^2$ 的最小值為____

7、 設正實數 a 的小數部分為 b ($0<b<1$)，且 $3a^2-2b^3=41$，求 a=__________

8、 設 $a\in R$ 但 $a\neq\pm1$。在坐標平面上，拋物線 $y=(a^2-1)x^2+ax+(a^2+2a)$ 的圖形經過四個象限，求 a 之範圍為_____________

9、 設實係數函數 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，若 $f(1-2i)=4$，又 $f(1)=8$，求數對 $(a,b,c)=$_________

10、設 $a>0$， $a^{2x}=\sqrt{9-4\sqrt{5}}$，求 $\frac{a^x+a^{-x}}{a^{3x}+a^{-3x}}=$___________（答案請有理化分母）

11、設 $A=10^a$，$B=10^b$，$C=10^c$，又 $a+b+c=0$，求 $A^{\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}\cdot B^{\frac{1}{c}+\frac{1}{a}}\cdot C^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=$_________（請算出答案數字，勿寫形如 A^n 的指數形式）

三、計算題(一題 8 分，共 16 分，無計算過程不予計分)

1、 求滿足不等式 $\sqrt{4x+5}>x$ 之實數 x 的範圍。

2、 若方程式 $x^3-3x^2+x+k=0$ 在 0 到 1 之間（不包含端點）有奇數個實根，求實數 k 的範圍。

（重根須重複計算根的個數）

國立武陵高級中學　106 學年度第 1 學期　數學科　高一　第二次段考　　答案卷

範圍：ch2-2~3-1　班級：＿＿＿＿　座號：＿＿＿　　姓名：＿＿＿＿＿＿

一、多重選擇題 (每題 8 分，共 16 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上得 0 分)

1	2

二、填充題(依照下表給分)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	12	22	32	40	47	53	58	61	64	66	68

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	

三、計算題(一題 8 分，共 16 分，無計算過程不予計分)

1(8%)	2(8%)
1、求滿足不等式 $\sqrt{4x+5}>x$ 之實數 x 的範圍。	2、若方程式 $x^3-3x^2+x+k=0$ 在 0 到 1 之間（不包含端點）有奇數個實根，求實數 k 的範圍。(重根須重複計算根的個數)

國立武陵高級中學　106 學年度第 1 學期　數學科　高一　第二次段考　答案卷

範圍：ch2-2~3-1　班級：_______　座號：______　姓名：__________

一、多重選擇題 (每題 8 分，共 16 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上得 0 分)

1	2
E	CDE

二、填充題(依照下表給分)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	12	22	32	40	47	53	58	61	64	66	68

1	2	3	4
11	26	49	18
5	6	7	8
$(-2,1,1)$	$\dfrac{1}{32}$	$2+\sqrt{3}$	$-2<a<-1$，$0<a<1$
9	10	11	
$(-2,5,4)$	$\dfrac{2\sqrt{5}+1}{19}$	$\dfrac{1}{1000}$	

三、計算題(一題 8 分，共 16 分，無計算過程不予計分)

1(8%)

1、求滿足不等式 $\sqrt{4x+5}>x$ 之實數 x 的範圍。

[解] 不等式有意義 $\Rightarrow 4x+5\ge 0\Rightarrow x\ge\dfrac{-5}{4}$

故分成 $x\ge 0$ 與 $\dfrac{-5}{4}\le x<0$ 兩部分討論

① 當 $x\ge 0$ 時，此時不等式兩邊皆 ≥ 0，故可平方變為

$4x+5>x^2\Rightarrow x^2-4x-5<0\Rightarrow (x-5)(x+1)<0$

$\Rightarrow -1<x<5$　　故 $0\le x<5$

② 當 $\dfrac{-5}{4}\le x<0$ 時，此時原不等式恆正確，故 $\dfrac{-5}{4}\le x<0$

合併①②可知原不等式解為 $\dfrac{-5}{4}\le x<5$

2(8%)

2、若方程式 $x^3-3x^2+x+k=0$ 在 0 到 1 之間（不包含端點）有奇數個實根，求實數 k 的範圍。（重根須重複計算根的個數）

[解]令 $f(x)=x^3-3x^2+x+k\Rightarrow f(0)=k$，$f(1)=k-1$

① 若 $f(0)\cdot f(1)<0$，則由勘根定理知方程式 $f(x)=0$ 在 0 到 1 之間有奇數個實根

$\Rightarrow k(k-1)<0\ \Rightarrow\ 0<k<1$

② 若 $f(0)\cdot f(1)>0$，方程式 $f(x)=0$ 在 0 到 1 之間不可能有奇數個實根

③ 若 $f(0)=0$，此時 $k=0$，$f(x)=x(x^2-3x+1)$

$\therefore f(x)=0$ 的解為 $x=0,\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$，又 $0<\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<1$，

故有一根在 0~1 之間

④ 若 $f(1)=0$，此時 $k=1$，$f(x)=(x-1)(x^2-2x-1)$

$\therefore f(x)=0$ 的解為 $x=1,1\pm\sqrt{2}$，故沒有根在 0~1 之間

由①②③④可知，k 的範圍為 $0\le k<1$