

國立武陵高中 105 學年度第一學期 高一數學科期末考 試題卷

範圍：第一冊第三章全

一年_____班_____號 姓名：_____

◎ 本份試卷中，答題所需使用之常用對數值，以下面附表為主。

常用對數表 $y = \log N$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506

一、填充題 (共 66 分。第 1 題至第 8 題，4 格*10%+4 格*5%；第 9 題，3 格*2%)

1. 計算 $(\sqrt[3]{0.0016})^{-0.75} =$ _____.

2. 對數方程式 $\log_{\sqrt{3}}(x-4) = \log_3(11-2x)$ 的解為 $x =$ _____.

3. 設 π 為圓周率，則指數不等式 $(\frac{3}{\pi})^{2x-1} < (\frac{\pi}{3})^{2x^2+x+1}$ 的解為_____.

4. 設 $\frac{1}{100} \leq x \leq 100$ ，則 $0.5^{(\log x)^2 + \log x^2 + 5}$ 的最大值為_____.

5. 設 $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$ ，若 $f(a) = 6$ ，試求 $f(2a) =$ _____.

6. 若自然數 a 滿足 $\log_5(\log_3 a) = 2$ ，且 a 為 n 位數，其最高位數字為 m ，試求數對 $(n, m) =$ _____.

7. 已知在座標平面上，函數 $y = \left(\frac{6}{5}\right)^x$ 和 $y = \log_{\frac{5}{6}} x$ 的圖形恰交於 A, B 兩點，試問直線 \overline{AB} 的方程式為_____。
8. 在座標平面上，將 $\Gamma_1: y = 3^x$ 的圖形向右平移 h 單位 ($h > 0$) 得到圖形 Γ_2 ，已知點 $A(a, b)$ 在圖形 Γ_1 上，設直線 $x = a$ 與直線 $y = b$ 分別交圖形 Γ_2 於點 B 與點 C ，且 $\overline{BC} = 4\sqrt{2}$ ，試問當三角形 ABC 有最大面積時， b 之值為_____。
9. 設 α, β 為實數且 $1 < \alpha < \beta$ ，點 A, B 在函數 $\Gamma: y = \log x$ 的圖形上，其 x 座標分別是 α 與 β 。若直線 $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ 分別交 x 軸、線段 \overline{AB} 與 Γ 於點 C, D 與 E ，試問：(下面每一格各 2 分)
- (1) 線段 \overline{CD} 的長度可用 α, β 表示為_____
 - (2) 線段 \overline{CE} 的長度可用 α, β 表示為_____
 - (3) 比較線段 \overline{CD} 與 \overline{CE} 的長度大小可得_____ (請填入 $\overline{CD} > \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{CE}$ 或 $\overline{CD} < \overline{CE}$)。

二、多重選擇題 (共 24 分。每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上或未作答者得 0 分)

1. () 下列關於函數圖形的敘述，請選出正確的選項：
- (A) $y = 2^x + 2017$ 與 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2017}$ 的圖形不會有交點
 - (B) $y = 2^x$ 與 $y = 2017 \cdot 2^x$ 的圖形可以經由平移而重合
 - (C) $y = 2^x$ 與 $y = -2^x - 2017$ 的圖形可以經由平移和對稱而重合
 - (D) $y = 2^{|x|}$ 與 $y = \log_2 |x|$ 的圖形彼此對稱於直線 $y = x$ 。
 - (E) 對任意非零實數 a, b ，函數 $y = a \cdot 2^x + b$ 的圖形最多只會通過三個象限。

- 2.() 設 $0 < a < b < 1 < c < d$ ，已知四個函數 $f_1(x) = \log_a x$ ， $f_2(x) = \log_b x$ ， $f_3(x) = \log_c x$ 及 $f_4(x) = \log_d x$ ，請選出正確的選項：
- (A) 若 $1 < x_1 < x_2$ ，則 $f_4(x_1) < f_4(x_2)$
- (B) 若 $0 < x_1 < x_2 < 1$ ，則 $f_1(x_1) > f_1(x_2)$
- (C) 若 $\log_a m = \log_b n = \log_c k = \log_d t > 1$ ，則 $m < n < k < t$
- (D) 若 $h > 1$ ，則 $\log_a h < \log_b h < \log_c h < \log_d h$
- (E) $abcd = 1$.
- 3.() 已知 $0 < a < 1$ ，若方程式 $|\log_a x| - 2017 = 0$ 的最大實根為 x_1 ，最小實根為 x_2 ，則下列哪些選項是正確的？
- (A) $y = |\log_a x|$ 的圖形與 $y = 2017$ 的圖形共有兩個交點
- (B) $\log_a x_1 > 0$
- (C) $x_1 = a^{2017}$
- (D) $x_1 \cdot x_2 = 1$
- (E) $x_1 + x_2 > 2$.

三、計算題（共 10 分）

士傑的次子邁司特現年 14 歲，當他年滿 19 歲便要進入國際網路圍棋學院進修，期盼能成為世界第一棋士。已知進入該學院所需經費約為 120 萬元，因此士傑打算將手頭上的 80 萬元存入銀行生利息，使得五年後有足夠的存款支付邁司特的進修費用。假設銀行每年複利計息一次，提供之年利率為 $r\%$ ，請問 r 至少要多少，才能滿足士傑的需求？（請將 r 的小數點後第 3 位數字透過無條件進位法取至小數點後第 2 位）

國立武陵高中 105 學年度第一學期 高一數學科期末考 答案卷

範圍：第一冊第三章全

一年_____班_____號 姓名：_____

一、填充題 (共 66 分)

◎ 填充題第 1 至第 8 題 (佔 60 分，4 格*10%+4 格*5%，如下表所示)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	10	20	30	40	45	50	55	60

1.		2.		3.		4.	
5.		6.		7.		8.	

◎ 填充題第 9 題 (佔 6 分，3 格*2%)

9.(1)		9.(2)		9.(3)	
-------	--	-------	--	-------	--

二、多重選擇題 (共 24 分。每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上或未作答者得 0 分)

1.		2.		3.	
----	--	----	--	----	--

三、計算證明題 (共 10 分)

--

國立武陵高中 105 學年度第一學期 高一數學科期末考 答案卷

範圍：第一冊第三章全

一年_____班_____號 姓名：_____

一、填充題 (共 66 分)

◎ 填充題第 1 至第 8 題 (佔 60 分，4 格*10%+4 格*5%，如下表所示)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	10	20	30	40	45	50	55	60

1.	5	2.	5	3.	$x < \frac{-3}{2}$ 或 $x > 0$	4.	$\frac{1}{16}$
5.	71	6.	(12,8)	7.	$y = x$	8.	$\frac{81}{20}$

◎ 填充題第 9 題 (佔 6 分，3 格*2%)

9.(1)	$\frac{\log \alpha + \log \beta}{2}$	9.(2)	$\log \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$	9.(3)	$\overline{CD} < \overline{CE}$
-------	--------------------------------------	-------	--	-------	---------------------------------

二、多重選擇題 (共 24 分。每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個選項以上或未作答者得 0 分)

1.	BCE	2.	ABC	3.	ADE
----	-----	----	-----	----	-----

三、計算證明題 (共 10 分)

士傑的次子邁司特現年 14 歲，當他年滿 19 歲便要進入國際網路圍棋學院進修，期盼能成為世界第一棋士。已知進入該學院所需經費約為 120 萬元，因此士傑打算將手頭上的 80 萬元存入銀行生利息，使得五年後有足夠的存款支付邁司特的進修費用。假設銀行每年複利計息一次，提供之年利率為 $r\%$ ，請問 r 至少要多少，才能滿足士傑的需求？(請將 r 的小數點後第 3 位數字透過無條件進位法取至小數點後第 2 位)

由題意可知：	$80 \times (1+r\%)^5 \geq 120$	—————> (列式正確得 2 分)									
	$\log(1+r\%) \geq \frac{1}{5} \log \frac{3}{2} \approx \frac{1}{5} (0.4771 - 0.3010) = 0.03522$	—————> (化簡正確得 2 分)									
查表可得											
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;">$\log x$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">1.08</td> <td style="padding: 2px;">0.0334</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">0.03522</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">1.09</td> <td style="padding: 2px;">0.0374</td> </tr> </table>	x	$\log x$	1.08	0.0334	x	0.03522	1.09	0.0374	由內插法計算可得： $\frac{x-1.08}{1.09-1.08} = \frac{0.03522-0.0334}{0.0374-0.0334} \Rightarrow x = 1.0845$	}	(查表與內插法計算正確，得 4 分)
x	$\log x$										
1.08	0.0334										
x	0.03522										
1.09	0.0374										
	故 $\log(1+r\%) \geq \log 1.08455 \Rightarrow r \geq 8.455$ 透過 <u>無條件進位法</u> ，得到 r 至少為 8.46	}	(r 的近似值答案正確，得 2 分)								