

# 市立武陵高級中學 111 學年度第二學期高三期末考數學乙試題

範圍：選修數學乙(下)單元 1&單元 2

三年\_\_\_\_班\_\_\_\_號 姓名\_\_\_\_\_

一、填充題：每格 6 分，共 84 分

1. 設  $X$ 、 $Y$  為兩隨機變數且  $Y = -3X + 4$ ，已知  $X$  的期望值為 7，且  $X$  的變異數為 11，試求：

(1)  $Y$  的期望值為\_\_\_\_\_ (2)  $Y$  的變異數為\_\_\_\_\_

2. 重複擲兩粒公正骰子 120 次，每次均觀察所出現的點數，設  $X$  為點數和大於 9 出現的次數，試求：

(1)  $X$  的期望值為\_\_\_\_\_ (2)  $X$  的標準差為\_\_\_\_\_

3. 已知某紙箱裝有大小相同的紅球與白球各至少 20 個，今紙箱的擁有者宣稱該箱中紅球與白球數量相等。今檢定紅、白球數量是否與宣稱相符時，列出前三個步驟如下：

① 假設「紅球與白球數量相等」；

② 確立檢定統計量為「連續由箱中抽取 14 次，一次隨機取 1 球，取後放回，共取出紅球的數量」；

③ 設定顯著水準為 0.05。

回答下列問題。

(1) 已知隨機變數  $X$  表示抽取 14 個球中紅球的數量且其機率分布如下表，求拒絕域為

$X =$ \_\_\_\_\_

$x$	$P(X = x)$ 近似值
0	0.000061
1	0.000854
2	0.005554
3	0.022217
4	0.061096
5	0.122192
6	0.183289
7	0.209473
8	0.183289
9	0.122192
10	0.061096
11	0.022217
12	0.005554
13	0.000854
14	0.000061

(2) 若試驗的結果為 14 個球中有 3 個紅球，則是否拒絕「紅球與白球數量相等」的假設\_\_\_\_\_

4. 擲一個公正硬幣 16 次，若正面出現次數為  $k$ ，則可得  $10k^2$  元，設  $X$  為擲此硬幣 16 次所得的金額，則  $X$  的期望值為\_\_\_\_\_元
5. 有一個公正的特製骰子，其六個面只有出現 1, 3, 7 三種點數，但不知這三種點數各佔有幾面。設  $X$  為擲一次骰子所得的點數，若  $X$  的期望值為 4，變異數為 5，試求  $P(X = 1) =$ \_\_\_\_\_
6. 隨身攜帶的零錢包有 100 元代幣 1 枚、50 元代幣 3 枚與 10 元代幣 2 枚，從中一次取出 2 枚代幣，且每枚代幣被取到的機會均等，並令隨機變數  $X$  表示取出的代幣金額，試求：
- (1)  $X$  的期望值為\_\_\_\_\_元      (2)  $X$  的標準差\_\_\_\_\_元
7. 擲一粒公正的骰子 7 次，並令隨機變數  $X$  表示出現點數為完全平方數的次數，則  $P(X \leq 1) =$ \_\_\_\_\_
8. 籤筒內有大小相同、編號 1, 3, 7, 7, 12, 14 的籤各 1 支，一次取 3 支，每支被選取的機會均等，並令隨機變數  $X$  表示 3 支籤中的最大編號，求  $X$  的標準差為\_\_\_\_\_
9. 已知一個不均勻銅板，投擲時出現正面的機率為  $\frac{3}{5}$ ，出現反面的機率為  $\frac{2}{5}$ 。今有一顆棋子位在數線上的原點，依投擲此銅板的正反面結果，前進至下一個位置，規則如下：
- ①若擲出為正面，則從目前位置右移兩個單位
- ②若擲出為反面，則從目前位置左移一個單位
- 假設棋子以原點  $O$  為起始點，依上述規則，連續投擲此銅板 6 次，且每次投擲均互相獨立，則經過 6 次移動後，棋子停在數線上坐標為\_\_\_\_\_的機率最大
10. 紙箱裝有大小相同 2 紅球 1 白球，每次從箱內隨機抽取 1 球後，除了將該球放回紙箱，還多放了一個與抽到之球同色且大小相同的球入箱。例如第一次抽到紅球，則將抽到的紅球丟回，並多放了一個紅球入箱，此時箱內就有 3 紅球 1 白球，設  $X$  為依此方式抽球 3 次後箱內的紅球個數，則  $X$  的期望值為\_\_\_\_\_個

**二、計算題：**每小題 4 分，共 16 分(需寫出清楚計算過程，違者不予計分。)

1. 袋中有大小相同的白球 2 個、黃球 2 個與紅球 3 個，每次從袋中任取一球，取後不放回，直到取到紅球才停止，稱此為一輪操作。已知每顆球在同一輪操作中被取到的機會均等，並令隨機變數  $X$  表示一輪操作中所取出的總球數，試問：
- (1)  $P(X = 2)$       (2)  $X$  的機率分布表      (3)  $X$  的期望值      (4)  $X$  的變異數

# 市立武陵高級中學 111 學年度第二學期高三期末考數學乙答案卷

範圍：選修數學乙(上)單元 1 & 單元 2

三年\_\_\_\_班\_\_\_\_號 姓名\_\_\_\_\_

## 一、填充題：每格 6 分，共 84 分

1.(1)  -17	1.(2)  99		
2.(1)  20	2.(2)  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$	3.(1)  0, 1, 2, 12, 13, 14	3.(2)  否
4.  680	5.  $\frac{1}{6}$	6.(1)  90	6.(2)  $2\sqrt{370}$
7.  $\frac{64}{243}$	8.  $\sqrt{7}$	9.  6	10.  4

## 二、計算題：每小題 4 分，共 16 分(需寫出清楚計算過程，違者不予計分。)

<p>1.</p> <p>(1) <math>P(X=2) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}</math></p> <p>(2) <math>P(X=1) = \frac{3}{7}</math></p> <p><math>P(X=2) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}</math></p> <p><math>P(X=3) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35}</math></p> <p><math>P(X=4) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{35}</math></p> <p><math>P(X=5) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{35}</math></p> <table style="width: 100%; margin-top: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>P(X=x)</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>\frac{3}{7}</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>\frac{2}{7}</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>\frac{6}{35}</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>\frac{3}{35}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{1}{35}</math></td> </tr> </table>	x	1	2	3	4	5	$P(X=x)$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$	<p>(3) <math>E(X) = 1 \times \frac{3}{7} + 2 \times \frac{2}{7} + 3 \times \frac{6}{35} + 4 \times \frac{3}{35} + 5 \times \frac{1}{35} = 2</math></p> <p>(4)</p> $Var(X) = E[(x-\mu)^2] \quad (\mu = E(X))$ $= 1 \times \frac{3}{7} + 0 \times \frac{2}{7} + 1 \times \frac{6}{35} + 4 \times \frac{3}{35} + 9 \times \frac{1}{35}$ $= \frac{6}{5}$
x	1	2	3	4	5								
$P(X=x)$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$								