

202-218,220

# 市立武陵高級中學 110 學年度第一學期高二第二次期中考數學 A 試題

範圍：第二章全 (除證明題外，整份試卷的答案請勿以三角比的符號表示)

一、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分 (選項錯一個得 5 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上得 0 分)

( ) 1. 設  $0 < \alpha < \beta < \pi$  且  $\frac{-\pi}{2} < \theta < \phi < \frac{\pi}{2}$ ，則下列哪些選項正確？

- (1)  $\tan \alpha > \tan \beta$  (2)  $\cos \alpha > \cos \beta$  (3)  $\sin \alpha > \sin \beta$  (4)  $\tan \theta < \tan \phi$  (5)  $\sin \theta < \sin \phi$

( ) 2. 關於函數  $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{18}\right) - 1$  圖形的敘述，下列哪些選項正確？

- (1) 圖形對稱於直線  $x = \frac{7\pi}{9}$  (2) 圖形對稱於直線  $y = -1$

- (3) 圖形對稱於原點 (4) 週期為  $\pi$

- (5) 將函數  $g(x) = \sin x$  圖形依序作以  $x$  軸為基準鉛直伸縮 3 倍，以  $y$  軸為基準水平伸縮  $\frac{1}{2}$

倍，向右平移  $\frac{\pi}{18}$  單位，最後向下平移 1 單位後可得  $y = f(x)$  的圖形

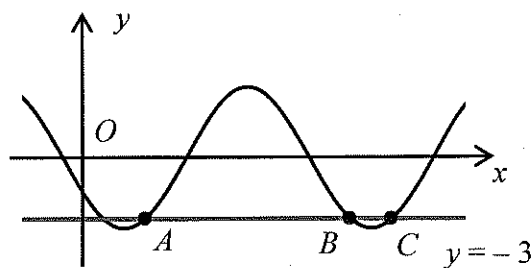
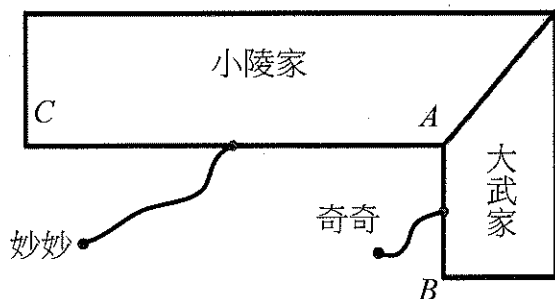
二、填充題：共 72 分(詳細配分如答案卷所示)

1. 若  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ，則  $\tan x + \frac{x}{\pi} = 0$  的實根有 \_\_\_\_\_ 個

2. 設  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，不等式  $\sin x \leq \cos 2x$  解的範圍是 \_\_\_\_\_

3. 計算  $\sin 191^\circ \cos 41^\circ - \cos 191^\circ \sin 41^\circ$  之值為 \_\_\_\_\_

4. 如下圖，大武與小陵家正面外牆  $\overline{AB} = 2$  公尺與  $\overline{AC} = 4 + 2\sqrt{3}$  公尺彼此垂直，為防小偷入侵，兩家分別領養受訓過的守護犬奇奇與妙妙擔任保安任務，並訂製長度為自家正面外牆長度一半的鐵鍊，一端勾住守護犬的項圈，另一端固定於各自外牆的中心點。不過奇奇與妙妙在訓練中心就經常為了爭搶地盤大打出手，現在他們在守護區域重疊處勢必又會產生衝突，試問牠們會發生衝突的區域面積為 \_\_\_\_\_ 平方公尺



5. 若  $\theta$  為兩直線  $L_1: x - y + 7 = 0$  與  $L_2: 3x + y - 4 = 0$  夾角，則  $\sin \theta =$  \_\_\_\_\_

6. 如上圖，已知  $\omega > 0$  且  $0 < \phi < 2\pi$ ，函數  $f(x) = 2\sqrt{3}\sin(\omega x + \phi)$  的圖形與直線  $y = -3$  交於  $A(3, -3)$ 、 $B(13, -3)$ 、 $C(15, -3)$  三點，試求數對  $(\omega, \phi) =$  \_\_\_\_\_

7. 設  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，若：

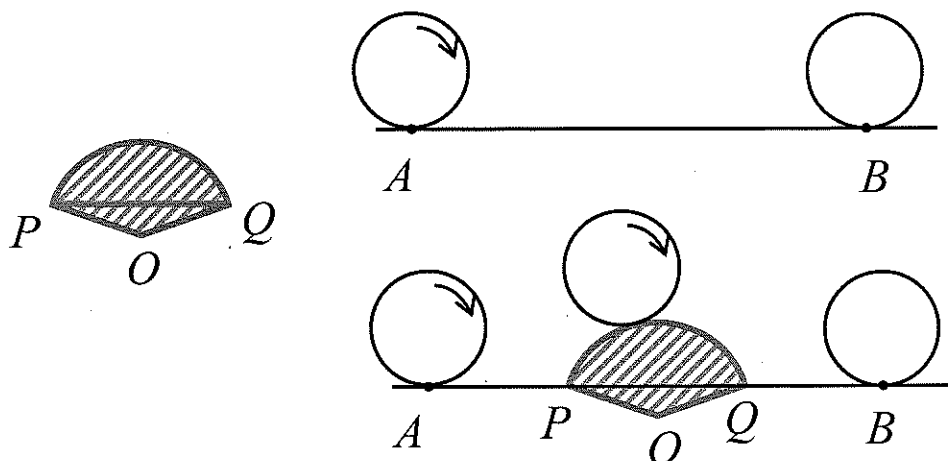
(1) 函數  $f(x) = 2\sin x - 2\cos x$  在  $x = a$  時有最小值，且在  $x = b$  時有最大值，則  $\frac{a}{b} =$  \_\_\_\_\_

(2) 函數  $g(x) = \sin 2x - 2(\sin x + \cos x)$  在  $x = u$  時有最小值，且在  $x = v$  時有最大值，則  $\frac{u}{v} =$  \_\_\_\_\_

(3) 函數  $m(x) = \cos\left(x + \frac{4\pi}{15}\right) + \sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{15}\right)$  在  $x = h$  時有最小值，且在  $x = k$  時有最大值，則  $\frac{h}{k} =$  \_\_\_\_\_

8. 函數  $f(x) = \left| \left| \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \right| - \left| \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \right| \right|$  的：(1)週期為 \_\_\_\_\_，(2)最大值為 \_\_\_\_\_

9. 如圖，奇異果男孩參加一項闖關活動，在一條起點  $A$  終點  $B$  的直線跑道上放置一個半徑  $2a$  的滾輪，任務是男孩要在滾輪的內壁中推動滾輪，使滾輪由接觸地面為  $A$  點的位置滾動至接觸地面為  $B$  點的位置，過程中以等角速度  $\pi$  (弧度/秒) 作順時針轉動(即 1 秒轉動半圈)，而男孩花費  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$  秒完成此項任務。為了增加任務的趣味性，主辦單位刻意開挖跑道的正中央，並嵌入一個半徑  $2\sqrt{2}a$ ，圓心角  $\frac{2\pi}{3}$  的扇形  $OPQ$  障礙物，使得  $\overline{PQ}$  落在  $\overline{AB}$  上，而弓形的區域凸起於跑道，試問，若奇異果男孩再次於新跑道上以等角速度  $\pi$  (弧度/秒) 順時針轉動滾輪，需 \_\_\_\_\_ 秒可完成由  $A$  滾動至  $B$  的任務 (角速度的定義為單位時間內，物體沿轉軸所轉過的角度)



三、計算題：每小題 4 分，共 12 分

(需寫出清楚計算過程，違者不予計分。每小題獨立計分，即便(1)未作答，(2)、(3)答對仍可得分)

1. (1) 證明：當  $\theta \neq \frac{2k+1}{6}\pi$  ( $k$  為任意整數) 時

$$\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} \text{ 恆成立}$$

(提示：以三角比的商數關係與平方關係，搭配正、餘弦和角公式或三倍角公式)

(2) 若  $\phi = 36^\circ$ ，試求  $\frac{\tan 3\phi}{\tan 2\phi}$  之值

(3) 承(2)，設  $f(x) = x^4 - 10x^2 + 3$ ，求  $f(\tan \phi)$  之值

202-218, 220

# 市立武陵高級中學 110 學年度第一學期高二第二次期中考數學 A 解答卷

範圍：第二章全 (除證明題外，整份試卷的答案請勿以三角比的符號表示)

## 一、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分

(選項錯一個得 5 分，錯兩個得 2 分，錯三個以上得 0 分)

1. ( $\times$ )(4)(5)	2. (1)(4)
--------------------------	--------------

## 二、填充題：共 72 分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	32	40	48	52	56	60	64	68	72

1. 5	2. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6} \leq x \leq 2\pi$	3. $\frac{1}{2}$	4. $\frac{3+\sqrt{3}}{3}\pi - 2 - \sqrt{3}$
5. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$	6. $(\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6})$	7.(1) $\frac{7}{3}$	7.(2) 0 或 $\frac{2}{5}$ 或 $\frac{8}{5}$
7.(3) $\frac{7}{2}$	8.(1) $\frac{\pi}{2}$	8.(2) 1	9. $5\sqrt{2} - \frac{2+\sqrt{2}}{\pi}$

## 三、計算題：每小題 4 分，共 12 分(需寫出清楚計算過程，違者不予計分。每小題獨立計分)

<p>1.(1) (<math>\theta</math>的條件不需說明)</p> $\tan 3\theta = \frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta}$ $= \frac{3\sin\theta - 4\sin^3\theta}{4\cos^3\theta - 3\cos\theta} \quad (2\text{分})$ $= \tan\theta \frac{3 - 4\sin^2\theta}{4\cos^2\theta - 3}$ $= \tan\theta \frac{3\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta - 3\sin^2\theta}$ $= \tan\theta \frac{3 - \tan^2\theta}{1 - 3\tan^2\theta} \quad (2\text{分})$	<p>(2)</p> $\frac{\tan 3\phi}{\tan 2\phi} = \frac{\tan(180^\circ - 2\phi)}{\tan 2\phi}$ $= \frac{-\tan 2\phi}{\tan 2\phi}$ $= -1$	<p>(3) -2</p> <p>令 <math>\tan \phi = k</math>，由(1)(2)可知</p> $\tan 3\phi = -\tan 2\phi$ $\Rightarrow \frac{3k - k^3}{1 - 3k^2} = \frac{-2k}{1 - k^2}$ $\Rightarrow \frac{3 - k^2}{1 - 3k^2} = \frac{-2}{1 - k^2} \quad (k \neq 0)$ $\Rightarrow k^4 - 4k^2 + 3 = 6k^2 - 2$ $\Rightarrow k^4 - 10k^2 + 3 = -2$ $\Rightarrow f(k) = -2$
--	---	--