

武陵高中 110 學年度上學期高二數學科第一次期中考題目卷(202-218.220)

範圍：數學第三冊 A. 第一章

一、多選題(1 題 8 分，共 16 分，每題錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

1. 若函數  $f(x) = \log(3x - 1)$ ，請選出正確的選項。

- (1) 函數  $f(x)$  的圖形必過點  $(1,0)$
- (2) 函數  $f(x)$  為嚴格遞增函數
- (3) 函數  $f(x)$  的圖形為凹口向上
- (4) 將  $y = \log x$  的圖形向右平移  $\frac{1}{3}$  單位會得到函數  $f(x)$  的圖形
- (5)  $3x - 1 = 0$  為函數  $f(x)$  圖形的漸近線

2. 已知  $a > 0, a \neq 1$ ，若曲線 A 為函數  $y = a^x$  的圖形，曲線 B 與曲線 A 對稱於  $y = x$ ，曲線 C 與曲線 A 對稱於  $x$  軸，曲線 D 與曲線 B 對稱於  $y$  軸。請選出正確的選項。

- (1) 曲線 A 與曲線 B 沒有交點。
- (2) 曲線 A 與曲線 B 可能交於 1 點
- (3) 曲線 B 與曲線 D 可能交於 1 點
- (4) 曲線 C 與曲線 D 對稱於原點
- (5) 若直線  $x + y = 4$  分別與曲線 A、曲線 B 交於點 P、點 Q，則 P、Q 中點為  $(2,2)$

二、填充題(共 65 分，配分如下表)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	26	33	40	47	53	59	65

1. 求解方程  $\log_2(12 - 2^{x+1}) = x + \frac{1}{2}$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_

2. 化簡  $\frac{(\log_5 \sqrt{2}) \cdot (\log_7 9)}{(\log_5 \frac{1}{3}) \cdot (\log_7 \sqrt[3]{4})} =$  \_\_\_\_\_

3. 解不等式  $\log_x(2x^2 + x - 1) > \log_x 2 + 1$ ，則  $x$  的範圍為 \_\_\_\_\_

4. 方程式  $2^x \cdot |\log_2 x| = 1$  實數解的個數有 \_\_\_\_\_ 個

5. 已知  $7^n$  為 9 位數，求正整數  $n =$  \_\_\_\_\_。(參考數值： $\log 7 \approx 0.8451$ )

6. 若某放射性元素在  $x$  年後的質量為  $y$  公克，所滿足的函數為  $y = f(x) = k \times a^x$ 。已知此放射性元素有 243 公克，且在 10 萬年後將只剩 1 公克，則此放射性元素在 1 萬年後的質量應為 \_\_\_\_\_ 公克。

7. 設  $a = \log_{15} 2$ ， $b = \log_{15} 3$ ，試以  $a$ 、 $b$  表示指數方程式  $10^{x+1} = 6^x$  的解  $x =$  \_\_\_\_\_。

(沒有以  $a$ 、 $b$  表示不予給分)

8. 已知實數  $x$  滿足  $4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 32 \leq 0$ ，若函數  $y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{2} \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{8}$  的最大值為  $M$ ，  
 最小值為  $m$ ，求數對  $(M, m) =$  \_\_\_\_\_

9. pH 值是衡量溶液酸鹼程度的標準，它的定義為：pH 值  $= -\log[H^+]$ ，其中  $[H^+]$  為氫離子的濃度  
 (莫耳/升)。已知咖啡、茶、牛奶的 pH 值分別為 5.1、5.8、6.5 恰好成等差。若將咖啡與牛  
 奶依體積 1 比 1 的比例混合成拿鐵，則拿鐵的 pH 值 \_\_\_\_\_ 茶的 pH 值。  
 (請填入大於、小於、等於其中一個答案)

三、計算題(共 19 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1. 小陵想要了解什麼是通貨膨脹，於是上網搜尋找到：

「通貨膨脹就是錢越來越沒價值，一樣的錢能買的東西越來越少。如果我們把通貨膨脹的概念  
 數字化，就可以很容易的比較東西到底貴多少。所以經濟學家們定義了一個數字叫做通膨率。  
 通膨率的計算公式為：通膨率  $= (\text{現在價格} / \text{原始價格}) - 1$ 」

為了瞭解台灣的通膨率，小陵搜尋過去的物價找到一篇新聞：「知名小吃店 40 年前價格曝光！  
 滷肉飯只要 10 元。」而現今該店相同的一碗滷肉飯價格為 50 元。(參考數值： $\log 5 \approx 0.6990$ )

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log(1+0.01x)$	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374

(1) 依照通膨率的計算公式，該滷肉飯在經過 40 年的通膨率為  $k\%$ ，試求  $k$  之值。(3 分)

(2) 承上題，設過去 40 年每年的通膨率為定值  $x\%$ ，試求  $x$  之值。(取最接近之整數)(5 分)

2. (1) 試利用描點法(完成表格), 描繪  $y = (\sqrt{2})^x$  與  $y = \log_{\sqrt{2}} x$  的圖形。(6分)

(參考數值:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ )

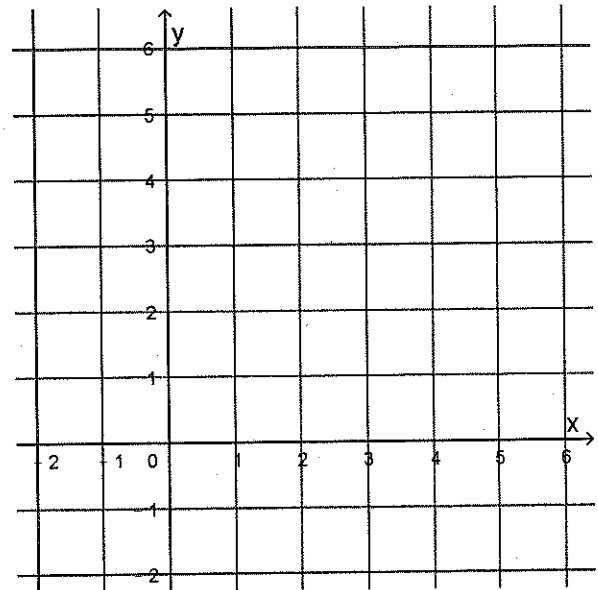
(2) 試利用(1)的結果, 解不等式  $(\sqrt{2})^x \geq \log_{\sqrt{2}} x$ 。(3分)

(3) 若  $y = (\sqrt{2})^x$  和  $x + y = 2$  兩圖形交點為  $(x_1, y_1)$ ,  $y = \log_{\sqrt{2}} x$  和  $x + y = 2$  兩圖形交點為  $(x_2, y_2)$ ,

試求  $|x_1 - 1| - |x_2 - 1|$  之值。(2分)

$x$	-2	0	1	2	4
$(\sqrt{2})^x$					

$x$	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	4
$\log_{\sqrt{2}} x$					



武陵高中 110 學年度上學期高二數學科第一次期中考解答(202-218.220)

範圍：數學第三冊 A. 第一章

一、多選題(1 題 8 分，共 16 分，每題錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上選項得 0 分)

1.	25	2.	235
----	----	----	-----

二、填充題(共 65 分，配分如下表)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	26	33	40	47	53	59	65

1.	1	2.	$-\frac{3}{2}$	3.	$0 < x < \frac{1}{2}$ , $x > 1$	4.	2	5.	10
6.	$81\sqrt{3}$ $\approx 140.292$ $\approx 140$ (皆可)	7.	$\frac{a-b+1}{2b-1}$	8.	$(3, -1)$	9.	小於	/	

三、計算題(共 19 分)(請詳列計算過程，否則不予計分)

1. (3 分) (1)  $(50/10) - 1 = 4 = 400\%$  ,  $k = 400$ 。

(5 分) (2)  $10(1+0.01x)^{40} = 50 \Rightarrow (1+0.01x)^{40} = 5 \Rightarrow 40\log(1+0.01x) = \log 5$

$\Rightarrow \log(1+0.01x) = \frac{\log 5}{40} \approx \frac{0.6990}{40} = 0.017475$  , 取  $x = 4$  最接近。

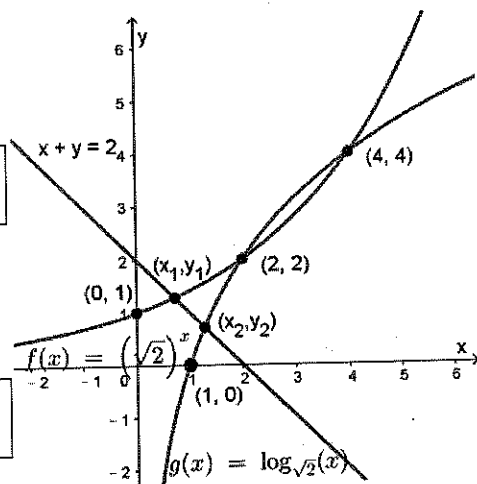
2. (6 分) (1) 如圖。

$x$	-2	0	1	2	4
$(\sqrt{2})^x$	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	4

(2 分)  
錯一個扣一分

$x$	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	4
$\log_{\sqrt{2}} x$	-2	0	1	2	4

(2 分)  
錯一個扣一分



(3 分) (2)  $0 < x \leq 2$  或  $x \geq 4$  (沒有  $0 < x$  扣 1 分)

(2 分) (3) 如圖  $x_1 < 1$  且  $x_2 > 1$  且  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$  中點為  $(1, 1)$ ，

$$|x_1 - 1| - |x_2 - 1| = (1 - x_1) - (x_2 - 1) = 2 - (x_1 + x_2) = 2 - 2 = 0。$$

(也可用幾何意義知兩距離相等，相減為 0)