

102, 104-120
市立武陵高中一一〇學年度第一學期一年級期末考數學科試題卷

一、多重選擇題(每題8分,共16分。答錯一個選項得5分,答錯兩個選項得2分,答錯三個選項以上得0分,未作答不給分。)

- 二次函數 $y=f(x)=ax^2+bx+c$ 在下列哪些條件下,其頂點會落在第三象限內?
 (A) $a < 0, b > 0, b^2 - 4ac > 0$
 (B) $a < 0, b < 0, b^2 - 4ac < 0$
 (C) $a > 0, b > 0, c < 0$
 (D) $a > 0, b < 0, c < 0$
 (E) $a < 0, b > 0, c > 0$
- 設 $f(x)$ 為次數不小於三次之多項式,以 $(x-a)(x-b)$ 、 $(x-b)(x-c)$ 、 $(x-c)(x-a)$ 除 $f(x)$ 之餘式分別為 $3x-1$ 、 $x+1$ 、 $2x+3$,則下列哪些選項是正確的?
 (A) $a < 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$ (D) $a+b-c=3$ (E) $a+b+c=3$

二、填充題(共68分,答對題數與得分如下表,答錯不倒扣,未作答不給分。)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	32	38	44	50	56	60	64	68

- 多項式 $f(x)=(4x^3-4x^2+7x-6)^2$ 的展開式中各項係數之和為_____。

- 若 $f(x)=2022x+111$,則 $\frac{f(x+10)-f(x)}{10}$ =_____。

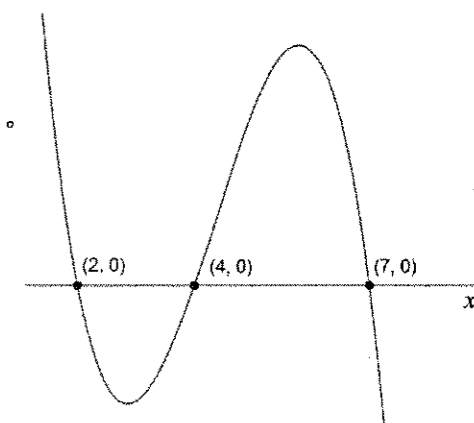
- 對所有的實數 x , $x^2+(k+1)x+1 > 0$ 恆成立,則實數 k 的範圍為_____。

- $f(x)=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d=(x-2)^3+3(x-2)^2-7(x-2)+2$,求序組 (a,b,c,d) =_____。

- 若 $f(x)=ax^2+3bx-7$ 在 $x=3$ 時有最大值 $\frac{-2}{a}$,則 ab =_____。

- 已知聯立不等式 $\begin{cases} -x^2+5x-b \leq 0 \\ x^2+ax-4 < 0 \end{cases}$ 的解為 $-1 < x \leq 2$ 或 $3 \leq x < 4$,求數對 (a,b) =_____。

- 已知三次函數 $f(x)$ 過點 $(2,0)$ 、 $(4,0)$ 、 $(7,0)$,且圖形如右圖,則不等式 $(x+1)(x-2)(x^2+x+1)f(x) < 0$ 的解為_____。



8. 若三次函數 $f(x) = ax^3 + 6x^2 + 2x + 1$ 在 $x=1$ 附近的局部特徵近似於直線 $y = kx - 3$ ，則 $f(x)$ 圖形的對稱中心坐標為_____。

9. 若 $\deg f(x) \geq 3$ ，已知 $f(x)$ 有 $x+1$ 的因式，且 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 $5x - 3$ ，則 $2f(x) - 5$ 除以 $(x+1)(x^2 + x + 1)$ 的餘式為_____。

10. 設 $y = f(x) = -x^2 + ax - a$ ， $0 \leq x \leq 5$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 8，則實數 a 之值為_____。

11. 已知三次函數 $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 滿足以下三條件：
(I) 若 $f(a) = \beta$ ，則 $f(-2-a) = -4 - \beta$ 恆成立，
(II) 存在水平直線與函數 $y = f(x)$ 的圖形有三個交點，
(III) a, d 為整數且 $ad = 3$ ，
則 $f(x) =$ _____ (請寫為 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 形式)。

三、計算題 ((1)3分、(2)5分、(3)3分、(4)5分，共16分，無詳細說明或計算過程不予計分)

- (1) 試說明： $y = f(x) = ax^4 + px^2$ (其中 a, p 皆為實數) 的圖形對稱於 y 軸。
(2) 請利用乘法公式： $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ 及 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，將函數 $y = x^4 + 12x^3 + 52x^2 + 96x + 70$ 化為 $y = a(x+h)^4 + p(x+h)^2 + k$ 的形式。
(3) 承(2)，請問 $y = x^4 + 12x^3 + 52x^2 + 96x + 70$ 的圖形對稱軸方程式為何？
(4) 承(2)，求 $y = x^4 + 12x^3 + 52x^2 + 96x + 70$ 的最小值為何，及最小值發生時的 x 值為何？

市立武陵高中一一〇學年度第一學期一年級期末考數學科解答

102, 104 - 120

一、多重選擇題(每題8分，共16分。答錯一個選項得5分，答錯兩個選項得2分，答錯三個選項以上得0分，未作答不給分。)

1.	(B)(C)	2.	(B)(E)
----	--------	----	--------

二、填充題(共68分，答對題數與得分如下表，答錯不倒扣，未作答不給分。)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	32	38	44	50	56	60	64	68

1.	1	2.	2022	3.	$-3 < k < 1$
4.	(1, -6, 2, 23)	5.	-2	6.	(-3, 6)
7.	$-1 < x < 4$ 或 $x > 7, x \neq 2$	8.	(2, 21)	9.	$16x^2 + 26x + 5$
10.	-8 或 8	11.	$-3x^3 - 9x^2 - 5x - 1$	/	

三、計算題：((1)3分、(2)5分、(1)3分、(1)5分，共16分，無詳細說明或計算過程不予計分)

1. (1) 因為 $f(-x) = f(x)$ ，故圖形對稱於 y 軸

(2) $y = (x+3)^4 - 2(x+3)^2 + 7$

(3) $x+3=0$

(4) 最小值為 6，此時 $x=-2$ 或 -4