

※請將答案填在答案卷上，否則不予計分。

($\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$)

一、多選題 (每題 7 分，共 21 分)

(錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1. 請選出下列敘述正確的選項。

- (1) 3.1415926 為有理數。
- (2) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ 為無理數。
- (3) 若 a^{100} 、 a^{97} 、 a^{95} 均為有理數，則 a 必為有理數。
- (4) 設 a, b 為有理數，且 $a + b\sqrt{2} = 0$ ，則 $a = b = 0$ 。
- (5) 若 $\frac{a}{b}$ 為有理數，且 b 為無理數，則 a 必為 0。

2. 假設 x 為實數，請選出下列敘述正確的選項。

- (1) 若 $x > 0$ ，則 $\sqrt{x^2 + x^{-2}} + 2 = x + x^{-1}$ 。
- (2) 若 $x > 0$ ，則 $\sqrt{x^2 + x^{-2}} - 2 = x - x^{-1}$ 。
- (3) 若 $x < 0$ ，則 $2^x > 0$ 。
- (4) 若 $0 < x < 1$ ，則 $1 < 2^x < 2$ 。
- (5) 若 $x > 0$ ，則 $2^x + 2^{-x}$ 有最小值 $= 2$ 。

3. 假設 $x > 1$ ，請選出下列敘述正確的選項。

- (1) x 有可能為 $10^{0.001}$
- (2) $\log x$ 必為正實數。
- (3) $\log x$ 必為無理數。
- (4) 若 x 可以表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 n 為正整數，則 x 的整數部分為 $n + 1$ 位數。
- (5) 若 x 可以表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 n 為負整數，則 x 在小數點後第 $|n|$ 位開始為非零數字。

二、填充題 (共 69 分，答對格數與對應得分如下表，無部份給分；答案若為分數請化至最簡)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	9	18	27	33	39	45	51	57	61	65	69

1. 已知 $|x + 2| \leq 3$ 且 $|y + 5| \leq 2$ ，若 $c \leq 3xy + 3x + 1 \leq d$ ，且 c 為符合條件的最大整數， d 為符合條件的最小整數，則數對 $(c, d) =$ _____。

2. 假設 $1.8\bar{3}$ 的小數部分為 p 、 $\sqrt{15 + \sqrt{56}}$ 的小數部分為 q 、 $\log 14$ 的小數部分為 r ，試求：

$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} + 10^r = \underline{\hspace{2cm}}。$$

3. 已知 $x > 1$ ，試求 $x + \frac{1}{x-1} + 2$ 的最小值為_____。
4. 不等式 $x + |x + 1| > 2|x - 2| + 3$ 的解為_____。
5. $2^{100} + 3^{50}$ 展開後為_____位正整數。
6. 假設 x 為實數，已知 $4^x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ ，則 $\frac{32^x - 8^{-x}}{2^x + 2} =$ _____。
7. 已知 $-2 < x < \frac{5}{2}$ ，且 $|x + 2| : |2x - 5| = 2 : 3$ ，則 $x =$ _____。
8. 已知 $a > 0$ ，且 $a - a^{-1} = 3$ ，試求 $a^2 - a^{-2} =$ _____。
9. 試比較 $a = \sqrt{6} - 2\sqrt{3}$ 、 $b = 2\sqrt{2} - \sqrt{10}$ 、 $c = 2 - \sqrt{14}$ 之大小：_____。
10. 我們常以 pH 值來表示溶液的酸鹼程度，在 25°C 的情況下，水溶液的氫離子濃度與氫氧根離子濃度相乘都為定值，即 $[\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14}$ 。而 pH 值的計算方法如下：pH 值 $= -\log[\text{H}^+]$ ，例如某杯氫離子濃度 $[\text{H}^+] = 10^{-6}$ 的溶液，其 pH 值 $= -\log 10^{-6} = 6$ 。若在 25°C 的情況下，測得某水溶液的氫氧根離子 $[\text{OH}^-] = 5 \times 10^{-3}$ ，則其 pH 值介於 a 與 $a + 1$ 之間，其中 a 為整數，則 a 的值為_____。

11. 地質學家經常使用放射性定年法來確定岩層的年代，若岩脈採用某放射性元素定年，已知該元素由母元素衰變成子元素的時間為 7 億年，且母元素與子元素之質量相同。假設子元素全來自母元素的衰變，今測定某岩脈的母元素和子元素的比例為 1 : 7，則該岩脈的形成年代約為_____億年前。

三、簡答題 (共一題，10分；須清楚說明理由，只給答案不予計分)

1. 有一道數學題目如下：

「已知不等式 $|ax - 2| \leq b$ 的解為 $-4 \leq x \leq 10$ ，試問數對 (a, b) 為何？」
而學生小明的解法如下：

步驟一：將 $|ax - 2| \leq b$ 拆絕對值，得到 $-b \leq ax - 2 \leq b$ 。

步驟二：將不等式一同 $+2$ ，得到 $2 - b \leq ax \leq 2 + b$ 。

步驟三：將不等式一同 $\div a$ ，得到 $\frac{2-b}{a} \leq x \leq \frac{2+b}{a}$ 。

步驟四：將步驟三求出的解對照題目的條件 $-4 \leq x \leq 10$ ，得到聯立方程式：

$$\begin{cases} \frac{2-b}{a} = -4 \\ \frac{2+b}{a} = 10 \end{cases}$$

步驟五：將聯立方程式移項並整理，解出 $a = \frac{2}{3}$ ， $b = \frac{14}{3}$ 。

學生小明的答案雖然是正確的，但這種解法在某些題目會出現問題，試問：
在沒有計算錯誤的前提下，此種解法在哪一步驟會出問題？為什麼？

武陵高中 110 學年度第一學期第一次段考 高一數學 (解答)

※請將答案填在答案卷上，否則不予計分。

適用班級：102, 104-120

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題 (每題 7 分，共 21 分)

(錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1	2	3
(1)、(3)、(4)	(1)、(3)、(4)	(1)、(2)

二、填充題 (共 69 分，答對格數與對應得分如下表；無部份給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	9	18	27	33	39	45	51	57	61	65	69

1	2	3	4
$(-17, 91)$	$\frac{\sqrt{14}+4}{5}$	5	$x > \frac{3}{2}$
5	6	7	8
31	$4-4\sqrt{2}$	$\frac{4}{7}$	$3\sqrt{13}$
9	10	11	
$b > a > c$	11	21	

三、簡答題 (一題，共 10 分；須清楚說明理由，只給答案不予計分)

1
步驟三會出問題， 因為沒辦法確定 a 值的正負， 若 $a < 0$ ，則 $\frac{2-b}{a} \geq x \geq \frac{2+b}{a}$ 。