

選擇題(佔 36 分)

說明：第 1 題至第 6 題，每題有五個選項，其中只有一個是最適當的選項，請將答案畫記至答案卡上。每題答對得 6 分，答錯或不作答不予計分。

1. 將一個四位數(即 1000~9999)的四個數字順序顛倒，然後與原數相加。若相加所得到的數能被 99 整除，則稱這個原來的四位數字為武陵數(例如：9900+99=9999，因此 9900 是武陵數)，求所有的四位數中，有多少個武陵數？
(1) 101 (2) 111 (3) 999 (4) 1000 (5) 1111

2. 已知方程 $x^2 - 2ax + (a^2 - a + 6) = 0$ 的兩個實數根為 α 、 β ，其中 a 為實數，試求 $(\alpha - 1)^2 + (\beta - 1)^2$ 的最小值為？
(1) $\frac{-21}{2}$ (2) -10 (3) 0 (4) 10 (5) 50

提示：若 α, β 為 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則由 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 比較係數可得

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

3. 若函數 $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 100x + 196 + |x^2 - 100x + 196|)$ ，則
 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(99) + f(100) = ?$ (共100項)
(1) 540 (2) 390 (3) 196 (4) 194 (5) 97

4. 試問方程式 $x^2 + xy + 2y^2 = 29$ 的整數解 (x, y) 有幾組？

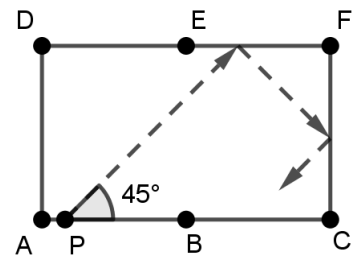
- (1) 0 (2) 2 (3) 4 (4) 6 (5) 8

5. 班聯會為舉辦傳情活動，購入了 1000 顆奇異果，並將其分裝成 n 袋 ($n \geq 2$)，會長發現每一袋中奇異果的顆數恰好為連續正整數(例如 198、199、200、201、202)，則 n 共有幾種可能的值？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

6. 在長 260 公分，寬 150 公分的撞球台，如圖(圖僅供示意，不代表真實比例， B 洞、 E 洞分別為所在兩邊框的中點)，有一球在 A 洞右側 10 公分的 P 處，與邊框夾 45° 度角擊出，若球會無限制地以 45° 度角反射，試問最後球會落入哪個球袋內？

- (1) A (2) B (3) C (4) D (5) E



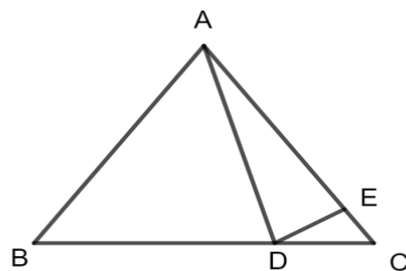
一、選填題(佔 96 分)

說明：第 A 題至第 L 題，每題請依答案格式將答案畫記到答案卡上。各題每格全部答對才得 8 分，答錯或不作答不予計分。

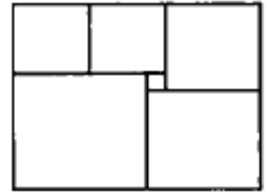
A. 若 $\begin{cases} x+y=2\sqrt{5}+2 \\ xy=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ ，試求 $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\underline{\textcircled{7}}$ 。

B. 已知 x, y 都是實數，且滿足 $\sqrt{x^3+\frac{1}{x^3}}-y+\left(x+\frac{1}{x}-3\right)^2=0$ ，試求 $y=\underline{\textcircled{8}\textcircled{9}}$ 。

C. 如圖(圖僅供示意，不代表真實比例)，等腰三角形 $\triangle ABC$ 中 $\angle B=\angle C$ 。 D, E 分別在 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 上，且 $\overline{AD}=\overline{AE}$ 。若 $\angle BAD=50^\circ$ ，試求 $\angle EDC=\underline{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 度。



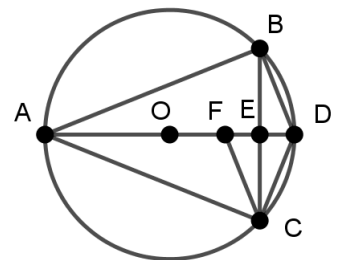
- D. 如圖(圖僅供示意，不代表真實比例)，6 個正方形拼成的長方形面積為 429，試求最小的正方形面積為 ⑫。



- E. 在坐標平面上， O 為原點。對任意點 $P(a,b)$ ，將新的 x 坐標定為 $a-b$ ，新的 y 坐標定為 $a+b$ ，得到新的點 $P'(a-b, a+b)$ ，稱為「將點 P 經變換 T 映射到 P' 」。例如點 $P(2,1)$ 經變換 T 會映射到點 $P'(1,3)$ 。設點 P_0 坐標為 $(1,0)$ ，若將點 P_{k-1} 經變換 T 映射到 P_k ，對所有正整數 k 恆成立，試求 $\overline{OP_0} + \overline{OP_2} + \overline{OP_4} + \overline{OP_6} + \overline{OP_8} + \overline{OP_{10}}$ 之值為 ⑬⑭。

- F. 等腰 $\triangle ABC$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BC} = 2$ ，令外接圓圓心為 O ，直徑 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於點 E ，過點 C 做 $\overline{CF}$ 平行 $\overline{BD}$ 且交 $\overline{AD}$ 於點 F ，如圖(圖僅供示意，不代表真實比例)。已知

$\overline{OF} : \overline{FE} = 3 : 2$ ，試求線段 $\overline{BD}$ 的長度為 $\sqrt{\frac{15}{16}}$ 。



G. 設 n 為正整數，且 $2^n + 4096$ 是完全平方數，試求 n 之值為 17 18。

H. 已知 $6a^2 - 100a + 7 = 0$ 及 $7b^2 - 100b + 6 = 0$ ，且 $ab \neq 1$ ，試求 $\frac{a}{b}$ 的值為 $\frac{\textcircled{19}}{\textcircled{20}}$ 。

(請以最簡分數表示)

I. 有一筆數值資料：「28, 20, 20, 23, 20, 22, x 」，計算此 7 個數字的算數平均數為 a ，中位數為 b ，眾數為 c 。若 a 、 b 、 c 三數經重新排列後可成為等差數列，試求所有可能的 x 值之總和為 21 22。

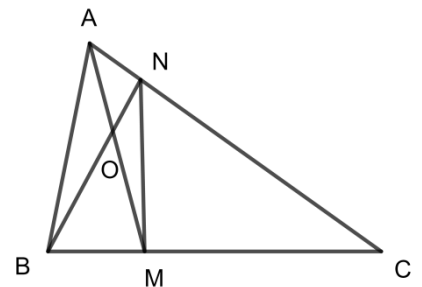
J. 實係數多項式 $f(x) = x^2 + px + q$ 。已知 $f(x) = 0$ 和 $f(2x) = 0$ 有一個相同的非零實根，且

$f(1) = 28$ ，求 $f(x) = 0$ 的兩根和的最大值為 $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}}$ 。(請以最簡分數表示)

K. 如圖(圖僅供示意，不代表真實比例)， $\triangle ABC$ 的 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 上分別有 M, N 兩點， $\overline{AM}, \overline{BN}$ 交

於 O 點。已知 $\triangle BOM, \triangle AOB, \triangle AON$ 的面積分別為 3, 2, 1，則 $\triangle CMN$ 的面積為 $\frac{\textcircled{26}\textcircled{27}}{\textcircled{28}}$ 。

(請以最簡分數表示)



L. 如圖(圖僅供示意，不代表真實比例)， $\overline{AD}$ 為 $\triangle ABC$ 的角平分線， $\overline{AD}$ 的中垂線交 $\overline{BC}$ 延長

線於點 E ，若 $\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 3$ ，試求 $\frac{\overline{BC}}{\overline{CE}}$ 之值為 $\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}}$ 。(請以最簡分數表示)

