

201-202, 204-218, 220

市立武陵高中 109 學年度第二學期第二次期中考高二數學 A 試題

一、混合計算證明題(各 9 分, 共 18 分, 除了 1(a) 之外其他均要有計算過程)

1. 空間中兩直線 $L_1: x-1 = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{2}$ 、 $L_2: \begin{cases} x=s \\ y=s \\ z=9 \end{cases}$ s 為實數

(a) 試問兩直線 L_1 、 L_2 的關係為 _____ (3%、單選、不需要計算過程)

- (1) 平行 (2) 重合 (3) 相交一點 (4) 歪斜

(b) 試求與兩直線 L_1 、 L_2 皆垂直的直線比例式 _____ (6%)

2. (a) 請證明: $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$ (6%)

(b) 請利用(a), 計算三階行列式的值 $\begin{vmatrix} 17 & 18 & 17^3 \\ 20 & 21 & 20^3 \\ 23 & 24 & 23^3 \end{vmatrix} =$ _____ (3%)

二、多重選擇題(每題 8 分, 錯一個給 5 分、錯兩個給 2 分, 共 16 分)

1. 座標空間中直線 L_1 、 L_2 、 L_3 及平面 E , 其方程式如下:

$L_1: x=1+t, y=t, z=2-5t, t$ 為實數

$L_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-10}$ 、 $L_3: x=y-1=1-z$ 、 $E: x+y+2z=3$

試問下列何者正確? _____

(1) L_1 與 L_2 平行 (2) 點 $A(1,0,2)$ 與 $B(0,1,1)$ 的距離即為點 A 到 L_2 的距離

(3) L_1 與 L_3 不相交且恰有一個平面包含 L_1 與 L_3

(4) L_3 與平面 E 平行 (5) 直線 $L: \begin{cases} x+y=1 \\ z=1 \end{cases}$ 與直線 L_2 、 L_3 皆垂直

2. 若行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 4$, 則下列何者正確? _____

(1) $\begin{vmatrix} 2a_1 & 2a_2 & 2a_3 \\ 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \end{vmatrix} = 8$ (2) $\begin{vmatrix} a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \end{vmatrix} = 8$

(3) $b_1 \begin{vmatrix} a_3 & a_2 \\ c_3 & c_2 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + b_3 \begin{vmatrix} a_2 & a_1 \\ c_2 & c_1 \end{vmatrix} = 4$ (4) $\begin{vmatrix} a_1+2c_1 & a_2+2c_2 & a_3+2c_3 \\ b_1+3a_1 & b_2+3a_2 & b_3+3a_3 \\ c_1-2a_1 & c_2-2a_2 & c_3-2a_3 \end{vmatrix} = 20$

(5) 把三階行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 2 & 4 \\ b_1 & 1 & 2 \\ c_1 & -3 & x \end{vmatrix}$ 第一行的三個元各加 2 之後, 其行列式的值

不變, 則 $x=6$

三、填充題(每格 6 分, 共 66 分)

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 5 & 68 & -61 \\ -1 & -13 & 14 \\ -3 & -52 & 16 \end{vmatrix}$ 之值為 _____

2. 已知平面 E 過 $A(0,1,2)$ 、 $B(3,-1,1)$ 兩點, 且與平面 $F: 2x-y-2z=4$ 垂直, 則平面 E 的方程式為 _____

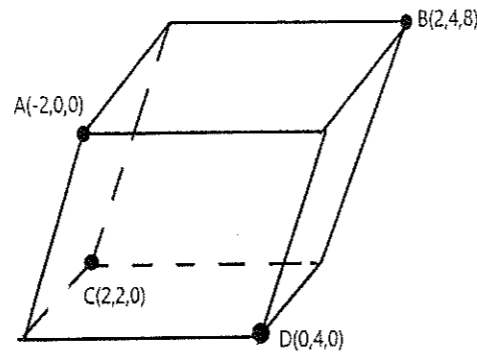
3. 設 $A(3,2,1)$ 、 $B(-1,2,5)$, 若點 Q 位於直線 $L: \begin{cases} x-y+z=2 \\ x-3y-z=4 \end{cases}$ 上且點 Q 到 A 、 B 兩點等距離, 試求點 Q 座標為 _____

4. 設一直線 L 過點 $A(4,-2,3)$, 且與平面 $E: 2x-y-3z=5$ 平行, 又與直線 $L_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{3}$ 垂直, 求 L 之對稱比例式為 _____

5. 空間座標中，有一鏡面 E 方程式為 $x+2y+3z=-7$ ，有一光線通過 $P(-3,-1,4)$ 射向鏡面上的 Q 點 $(0,-2,-1)$ ，經過鏡面反射後通過另一點 R ，

且 $\overline{QR} = 2\overline{PQ}$ ，則 R 點座標為 _____

6. 右圖為一平行六面體，其中四個頂點 $A(-2,0,0)$ 、 $B(2,4,8)$ 、 $C(2,2,0)$ 、 $D(0,4,0)$ ，求



(a) 點 A 到直線 \overleftrightarrow{CD} 的距離為 _____

(b) 此平行六面體的體積為 _____

7. 空間中有三向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 。已知 $\vec{a} = (2, -1, 2)$ 、 $\vec{c} \times \vec{b} = (1, 3, -2)$ ，求

$$((\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - 3\vec{b})) \cdot \vec{c} = \underline{\hspace{2cm}}$$

8. 在四面體 $ABCD$ 中， \overline{AD} 垂直平面 BCD ，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{6}$ 、 $\overline{BD} = 8$ ，

且 $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ ，則點 D 到平面 ABC 的距離為 _____

9. 某次航空展，有兩架飛機同時在空中表演等速直線飛行，根據塔台資料：在一開始時，甲飛機在 $A(3, 2, 16)$ 、乙飛機在 $B(0, 5, 10)$ ，但 2 秒之後，甲飛機飛到 $C(1, 4, 22)$ 。而乙飛機則是 4 秒之後，飛到 $D(4, 1, 18)$ 。請問兩架飛機在空中飛行表演時，最近的距離為 _____

10. 空間中兩平面 $E_1: x = -5$ 、 $E_2: y = 3$ 。若已知平面 E_3 與平面 E_1 的銳夾角為 60° ，且平面 E_3 與平面 E_2 有銳夾角 θ 。試求 $\cos \theta$ 的範圍 _____

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一、混合計算證明題(每題 9 分，共 18 分)

1 (a) 4 (3%)

(b) 6%

$x-3 = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-8}{1} \rightarrow$ 給 3 分
 $ \rightarrow$ 給 3 分

2. (a) 證明題 6%

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} \begin{matrix} x-1 \\ x-1 \\ x-1 \end{matrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 0 & b-a & b^3-a^3 \\ 0 & c-a & c^3-a^3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} b-a & b^3-a^3 \\ c-a & c^3-a^3 \end{vmatrix} \quad 3 \text{ 分}$$

$$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} b^2+ab+a^2 \\ c^2+ac+a^2 \end{vmatrix} \quad 3 \text{ 分}$$

2. (b) 計算題 3%

-3240

二、多重選擇題(每題 8 分，錯一個給 5 分、錯兩個給 2 分；共 16 分)

1. 1, 5	2. 2, 3, 4
---------	------------

三、填充題(每格 6 分，共 66 分)

1. 39	2. $3x+4y+z=6$	3. $(-1, -2, 1)$
4. $\frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{-9} = \frac{z-3}{5}$	5. $(10, 4, 1)$	
6. (a) $3\sqrt{2}$	6. (b) 48	7. -20
8. 4	9. $5\sqrt{2}$	10. $0 < \omega < \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$