

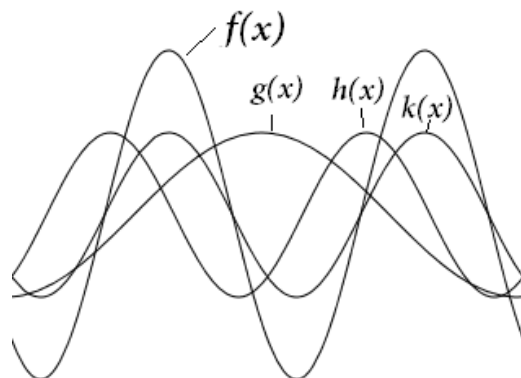
武陵高中 109 學年度第一學期高二數學 A 第一次期中考試題

範圍：弧度，三角函數圖形，和差角，三角函數疊合

一、多選題：每題 8 分共 16 分

1. 下圖為 $y = \cos(x+2)$ ， $y = \cos 2x$ ， $y = \sin(2x+3)$ ， $y = 2\cos 2x$ 四個函數的部分圖形，選出正確的組合

- (1) $g(x) = \cos(x+2)$
- (2) $h(x) = \cos 2x$
- (3) $h(x) = \sin(2x+3)$
- (4) $k(x) = \cos 2x$
- (5) $f(x) = 2\cos 2x$



2. 判斷下列函數的週期哪些為 π (註：週期為最小正數 T ，滿足 $f(x) = f(x+T)$)

(1) $f(x) = \cos|2x|$ (2) $f(x) = |\cos 2x|$ (3) $f(x) = (\sin x - \cos x)^2$

(4) $f(x) = \cos 6x + \cos 2x$ (5) $f(x) = \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} + \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}}$

二、填充題：共 60 分(配分如下表)

| 對 1 格 | 對 2 格 | 對 3 格 | 對 4 格 | 對 5 格 | 對 6 格 | 對 7 格 | 對 8 格 | 對 9 格 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 52 | 56 | 60 |

1. 若 $-\pi \leq \theta \leq 0$ ，且 $y = 3\sin \theta - 4\cos \theta$ ，則(1) y 的最小值_____；

(2) 當 y 有最小值時， $\sin \theta =$ _____

2. $\frac{1}{2} - (\sin 42.5^\circ \cos 20^\circ - \sin 20^\circ \cos 42.5^\circ)^2 =$ _____

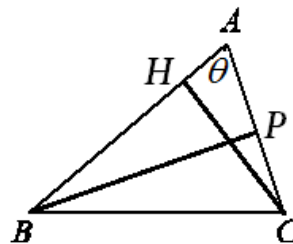
3. 若 $\frac{-\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ， $2 \tan x = -\tan(2x)$ 的解共有 _____ 個

4. 比較 $a = \cos 1$ ， $b = \sin 1$ ， $c = \tan 1$ ， $d = \cos \frac{1}{2}$ 之大小順序 _____

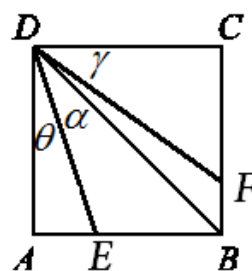
5. 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 範圍內，滿足不等式 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的 x 的解為 _____

6. 設 $f(x) = 4(\sqrt{7} \cos^3 x + \sqrt{2} \sin^3 x) - 3(\sqrt{7} \cos x + \sqrt{2} \sin x)$ ，且 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ，求 $f(x)$ 之最小值 $m =$ _____

7. $\triangle ABC$ 中 $0 \leq \angle A \leq 90^\circ$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{CH} \perp \overline{AB}$, $\overline{BP} \perp \overline{AC}$, 求兩個三角形 $\triangle BCH$ 、 $\triangle BCP$ 面積之差的最大值_____



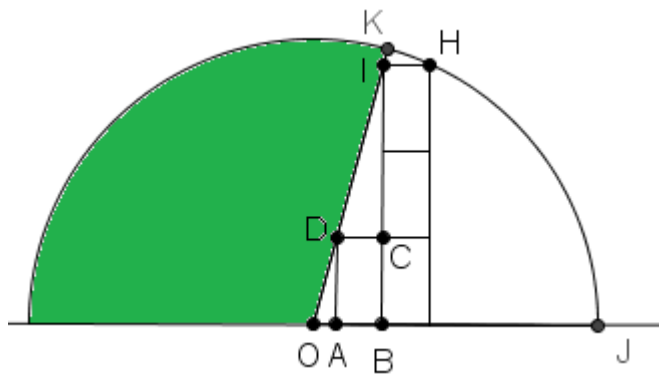
8. 如圖為正方形 $ABCD$, $\overline{AB} = 3\overline{AE}$, $\overline{BC} = 4\overline{BF}$, $\angle BDF = \beta$, 求 $\tan(\alpha - \beta) =$ _____



三、混和題型：共 24 分

1. 某個天文台觀測站的圓頂打開後的側面圖如下圖所示，圖中的半圓圓心為 O ，半徑為 \overline{OK} ， $\overline{OK} = 6$ ，圖中四個長方形鋼架為全等的長方形， D 、 I ，兩點皆在半徑 \overline{OK} 上， $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : (2 + \sqrt{3})$ ，

- (1) (填充題)若銳角 $\angle KOJ = \theta$ ，求 $\tan \theta =$ _____ (3%)
- (2) (單選題)承上題， $\sin 2\theta =$ (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (4%)
- (3) (填充題)求深色部分面積_____ (5%)



2. $0 \leq \theta < 2\pi$, $\cos \theta \neq 0$

(1) 證明： $\frac{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}{\cos \theta} = 2\sin \theta + 2\cos \theta$ (4%)

(2) 證明 $\frac{\sqrt{2} \sin(2\theta + \frac{\pi}{4}) + 1}{\sqrt{2} \sin(2\theta - \frac{\pi}{4}) - 1} = \frac{\sin(\theta + \frac{\pi}{4})}{\sin(\theta - \frac{\pi}{4})}$ (8%)

武陵高中 109 學年度第一學期高二數學 A 第一次期中考試題

範圍：弧度，三角函數圖形，和差角，三角函數疊合 二年__班 __號 姓名_____

一、多選題：(共 16 分，每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯 3 個選項以上不得分)

| | | | |
|----|------|----|-----|
| 1. | 1345 | 2. | 134 |
|----|------|----|-----|

二、填充題：共 60 分(答對格數與配分如下表)

| 對 1 格 | 對 2 格 | 對 3 格 | 對 4 格 | 對 5 格 | 對 6 格 | 對 7 格 | 對 8 格 | 對 9 格 |
|--|-------|--------------------|-------|-------------------------------|-------|-------|-------|--------------------|
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 52 | 56 | 60 |
| 1.(1)-5 | | (2) $\frac{-3}{5}$ | | 2. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ | | 3. 3 | | 4. $c > d > b > a$ |
| 5. $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$ 或 $\frac{4\pi}{3} \leq x \leq 2\pi$ 或 $x = 0$ | | | | 6. $\frac{-2 - \sqrt{14}}{2}$ | | 7. 5 | | 8. $\frac{1}{3}$ |

三、混合題型：共 24 分

| | | |
|--|---|--------------------------------|
| 1.(1) (填) $2 + \sqrt{3}$ 3% | 1.(2) (單) (A) 4% | 1.(3) (填) $\frac{21\pi}{2}$ 5% |
| <p>2.</p> <p>(1)</p> $\frac{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}{\cos \theta}$ $= \frac{2\sin \theta \cos \theta + 2\cos^2 \theta}{\cos \theta}$ $= 2\sin \theta + 2\cos \theta$ <p>學生直接兩側同乘 $\cos \theta$ 或以等號左右同時推 推到最後左右相等 不給分</p> <p>4%</p> | <p>(2)</p> $\frac{\sqrt{2} \sin(2\theta + \frac{\pi}{4}) + 1}{\sqrt{2} \sin(2\theta - \frac{\pi}{4}) - 1} = \frac{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}{\sin 2\theta - \cos 2\theta - 1}$ <p>成功展開給 2%(上下各 1)</p> $= \frac{2\sin \theta \cos \theta + 2\cos^2 \theta}{2\sin \theta \cos \theta - 2\cos^2 \theta}$ <p>分子換對不特別給分 分母換對給 3%</p> $= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} \quad 1\%$ $= \frac{\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})}{\sqrt{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{4})} = \frac{\sin(\theta + \frac{\pi}{4})}{\sin(\theta - \frac{\pi}{4})} \quad 2\%$ <p>若犯了跟左邊一樣的錯 整題內容正確則-2% (意即最高得 6 分)</p> <p>PS 這類恆等式會在分母不為 0 的情況討論， 不特別去說明分母會不會是 0，題幹裡給 $\cos \theta \neq 0$ 為了讓學生不要糾結在某步驟分子分母同時約去 $\cos \theta$ 不可行 特別是(1)右式 $\cos \theta = 0$ 時無法推得左式 (2)右式 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 時無法推得左式 因此題幹才特別提 $\cos \theta \neq 0$</p> | |

武陵高中 109 學年度第一學期高二數學 A 第一次期中考試題

範圍：弧度，三角函數圖形，和差角，三角函數疊合 二年____班 ____號 姓名_____

一、多選題：(共 16 分，每題 8 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯 3 個選項以上不得分)

| | | | |
|----|--|----|--|
| 1. | | 2. | |
|----|--|----|--|

二、填充題：共 60 分(答對格數與配分如下表)

| 對 1 格 | 對 2 格 | 對 3 格 | 對 4 格 | 對 5 格 | 對 6 格 | 對 7 格 | 對 8 格 | 對 9 格 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 52 | 56 | 60 |
| 1.(1) | | (2) | | 2. | | 3. | | 4. |
| 5. | | | | 6. | | 7. | | 8. |

三、混合題型：共 24 分

| | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 1.(1) (填) | 1.(2) (單) | 1.(3) (填) |
| 2.(1) | | 2(2) |