

一、選擇題(佔 36 分)

說明：第1 題至第6 題，每題有五個選項，其中只有一個是最適當的選項，請將答案畫記至答案卡上。每題答對得6分，答錯或不作答不予計分。

1. 有 6 個裝有彈珠的袋子，其彈珠的個數分別為 18，19，21，23，25，34 個，已知有 3 袋綠色彈珠，2 袋藍色彈珠，1 袋紅色彈珠，若綠色彈珠總數為藍色彈珠總數的兩倍，試求紅色彈珠有幾個？

(1) 18 (2) 19 (3) 21 (4) 23 (5) 25 個。

2. 若 a 、 b 、 c 為正整數，則方程組 $\begin{cases} ab+bc=44 \\ ac+bc=23 \end{cases}$ 的解 (a,b,c) 有幾組？

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5 組。

3. 在等腰三角形 ABC 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長分別為 a, b, c ，若已知 $a=3$ ， b 和 c 是二次

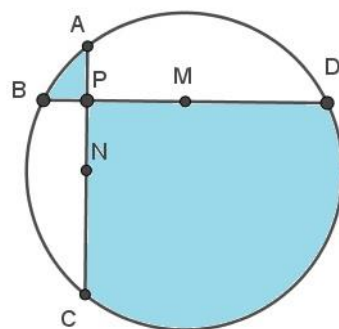
方程式 $x^2 + mx + 2 - \frac{1}{2}m = 0$ 的兩個實數根，則 $\triangle ABC$ 周長的值有幾種可能？

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 無限多 種。

4. 已知 x, y 皆為整數且滿足 $x^2 + y^2 \leq 25$ 及 $(x^2 + xy + y^2)(x^3y - xy^3) = 0$ 。試求所有符合的數對 (x, y) 共有幾組？
- (1) 36 (2) 33 (3) 27 (4) 21 (5) 11 組。

5. 若 x, y 均為整數，試求滿足 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{4}$ 的數對 (x, y) 共有多少組？
- (1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 12 (5) 13 組。

6. 如圖，圓上 4 點 A, B, C, D ，已知 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 。 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 中點分別為 N, M 。圖中鋪色部分面積為 38π ，圓面積為 60π ，求 $\triangle PMN$ 的面積為
- (1) 2π (2) 3π (3) 4π (4) 5π (5) 6π (圖形僅供參考)



二、選填題(佔 96 分)

說明：第A 題至第L 題，每題請依照答案格式將答案畫記到答案卡上。各題每格全部答對才得8 分，答錯或不作答不予計分。

A. 已知 $a+b=2019$ 且 $2017a=2021b$ 。試求 $a^3-a^2b-ab^2+b^3$ 之值為 ⑦⑧⑨⑩。

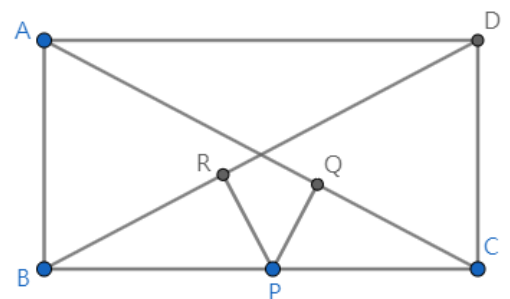
B. 已知 a, b, c 為三個二位數正整數且此三數的十位數字相同，若 $a^2+b^2+c^2=1466$ ，求 $ab+bc+ca$ 之值為 ⑪⑫⑬⑭。

C. 已知 $\overline{abcde}$ 是一個五位數，且 $a < b < c < d$ ，則 $|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-e|$ 的最大值為 ⑮⑯。

D. 設 a 、 b 為正實數， m 為正整數，且滿足 $\begin{cases} a+b \leq 14 \\ ab \geq 48+m \end{cases}$ ，則 m 的值的總和為 17。

E. 甲、乙、丙三人都在讀同一本故事書，書中有 100 個故事。每人從某一故事開始，按順序往下讀。已知甲讀了 75 個故事，乙讀了 60 個故事，丙讀了 52 個故事。請問甲、乙、丙三人共同讀過的故事書至少有 18 19 個。

F. 如圖，在長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$ ， P 為 $\overline{BC}$ 上一點，且 $\overline{PQ} \perp \overline{AC}$, $\overline{PR} \perp \overline{BD}$ ，
則 $\overline{PQ}$ 與 $\overline{PR}$ 兩線段和為 $\frac{\textcircled{20} \textcircled{21}}{\textcircled{22}}$ 。(圖形僅供參考)



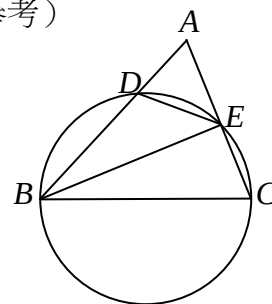
G. 有 7 個正整數分別為 10、2、5、2、4、2、 x ，若將這 7 個數的算術平均數、中位數、眾數按照大小排序，恰好中間的數是左、右兩個數的算術平均數，試問所有滿足題意的 x 值的總和為 23 24。(將 7 個數由小排到大，最中間的數稱為中位數；而 7 個數中，出現最多次的數稱為眾數。)

H. 已知在乘積 $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 的尾部恰好有 108 個連續的零，試問正整數 n 的最大值為 25 26 27。

I. 設 a, b 為正整數，且 $\frac{5}{9} < \frac{a}{b} < \frac{4}{7}$ ，試求 b 的最小值為 28 29。

J. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，以 $\overline{BC}$ 為直徑的圓分別與邊 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 交於 D 、 E 兩點，若

$$\overline{DE} = \overline{EC} = 4, \quad \overline{BC} - \overline{BD} = \frac{16}{5}, \quad \text{則 } \overline{BD} = \frac{\textcircled{30} \textcircled{31}}{\textcircled{32}}. \quad (\text{圖形僅供參考})$$



K. 甲、乙兩人分別自 A 、 B 兩地同時出發相向而行，當兩人相遇時甲比乙多走 12 公里，相遇後甲、乙繼續保持各自原本的速度繼續行走，若甲自相遇後又花了 $\frac{14}{3}$ 小時到達 B ；乙自相遇後又花了 $\frac{54}{7}$ 小時到達 A ，試求 A 、 B 兩地的距離為 $\textcircled{33} \textcircled{34}$ 公里。

L. 已知 n 是正整數， n 恰好有 4 個正因數。若 n 的 4 個正因數總和為 m ，且 $2017 \leq m \leq 2023$ ，求正因數總和 m 的值為 $\textcircled{35} \textcircled{36} \textcircled{37} \textcircled{38}$ 。