

範圍：南一版 第 2 章 直線與圓

班級： 座號： 姓名：

一、多選題

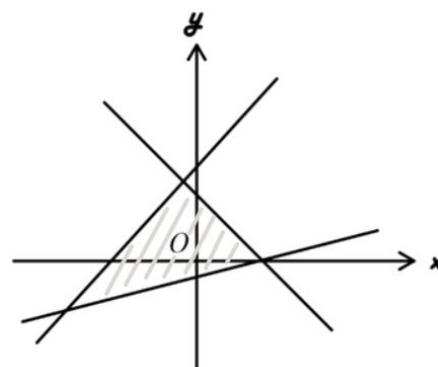
(每題 8 分，共 24 分。錯一選項得 5 分，錯兩選項得 3 分，錯三個或三個以上或未填寫得 0 分)

() 1. 在坐標平面上，滿足下列各選項中條件之動點 $P(x, y)$ 所成的圖形，哪些為一個圓？

- (1) $P(x, y)$ 滿足方程式 $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 51 = 0$ 。
- (2) $P(x, y)$ 滿足方程式 $2x^2 + 2y^2 + 12x + 6y + 15 = 0$ 。
- (3) $P(x, y)$ 滿足方程式 $y = \sqrt{9 - x^2}$ 。
- (4) 點 $A(1, -3), B(2, 6)$ ，滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 的所有動點 P 所成的軌跡。
- (5) 點 $A(1, -3)$ ，滿足 $2\overline{PA} = 3$ 的所有動點 P 所成的軌跡。

() 2. 已知聯立不等式 $\begin{cases} ax + by + b \geq 0 \\ 2x + y + c \leq 0 \\ dx + ey + f \geq 0 \end{cases}$ 之解的範圍如右圖斜線區域，請選出正確的選項。

- (1) $a > 0$ 。
- (2) $b > 0$
- (3) $de > 0$
- (4) $f > 0$
- (5) a, b, c, d, e, f 中恰有三個為正數



() 3. 在坐標平面上，下列有關圓的敘述哪些正確？

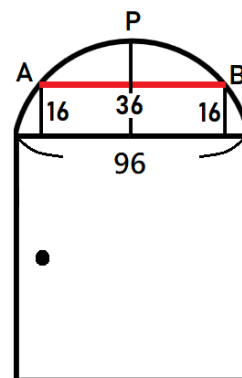
- (1) 過三點 $A(1, -3), B(2, 6), C(4, 24)$ 的圓恰有一個。
- (2) 直線 $3x - 4y + 7 = 0$ 與圓 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$ 恰有一交點。
- (3) 圓 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$ 上恰有兩點與直線 $3x - 4y + 3 = 0$ 的距離等於 2。
- (4) 若 $P(a, b)$ 為圓 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$ 上的點，則使 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 為整數的點共有 8 個。
- (5) 若 $Q(4, 7)$ 為圓 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$ 外的點，對圓作兩切線與圓交於兩點分別點 A 和點 B，則 $\triangle QAB$ 的外接圓方程式為 $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ 。

二、填充題 (每題 6 分，共 66 分。完全正確才給分。)

- A. 在一平面上，將一直線 L 向左平移 2 單位，向上平移 5 單位，得到一直線 $L_1: 5x + 2y + 1 = 0$ ，則 L 的直線方程式為 $5x + by + c = 0$ ，則數對 $(b, c) =$ _____。
- B. 若直線 $L: 3x - 4y + 3 = 0$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 12x + ay + 12 = 0$ 相切於點 $P(3, b)$ ，則 $a + b =$ _____。
- C. 已知 $A(-2, 0)$ 、 $B(6, -2)$ ，若直線 $L: mx - y - 2m + 5 = 0$ 與 $\overline{AB}$ 不相交，則 m 的範圍為_____。
- D. 設 $A(-5, -17)$ 、 $B(10, -14)$ ，若 $H(7, -11)$ 是 $\triangle ABC$ 的垂心，求 C 點坐標為_____。
- E. 若圓 C 過 $(6, 10)$ 、 $(1, 5)$ 兩點，且在 y 軸上截出長為 $4\sqrt{6}$ 的弦，求圓心坐標為_____。(二組解)
- F. 設點 (x, y) 為區域 $\begin{cases} 4x - y - 10 \leq 0 \\ -3x + 4y - 12 \leq 0 \\ x + 3y - 5 \geq 0 \end{cases}$ 內任一點坐標，且 $x^2 + y^2$ 最大值為 M ，最小值為 m ，求數對 $(M, m) =$ _____。
- G. 已知坐標平面上 $P(x_0, y_0)$ 為圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ 上的動點，則 $|3x_0 + 4y_0 + 1|$ 的最大值為_____。

H. 設點 $P(a, b)$ 在圓區域 $\Gamma: x^2 + y^2 \leq 36$ 上移動時，點 $Q(a, b + 6)$ 所成之區域為 T ，求 Γ 與 T 重疊部分的面積為_____。

I. 如右圖，有一門上方以圓弧裝飾板作為設計，已知門寬為 96 公分，門上方正中央到圓弧頂端 P 點的長度為 36 公分。因聖誕佳節即將到來，要在門上方圓弧裝飾板之兩側 A 點和 B 點的位置拉一繩線，已知 A 點和 B 點的位置距離門上方皆為 16 公分，試問要準備的繩線長 $\overline{AB}$ 為_____公分。

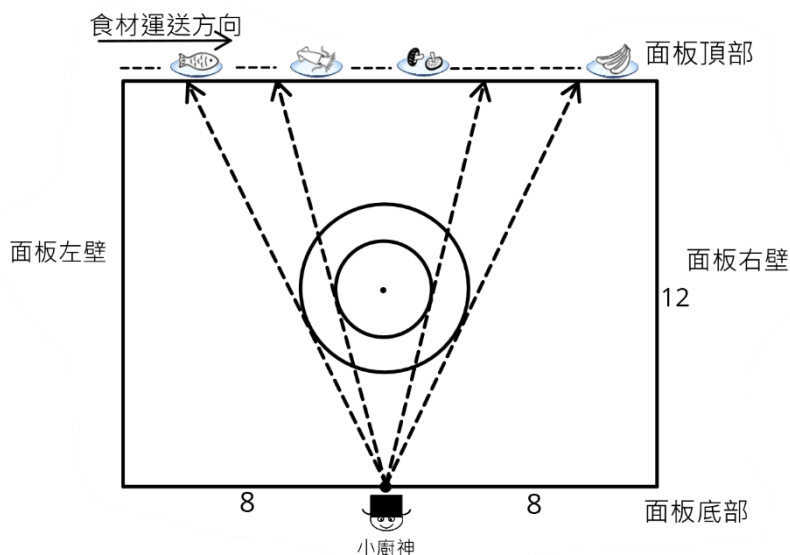


J. 坐標平面上，有一個等腰三角形，其底邊在直線 $2x + y - 2 = 0$ 上，兩腰中一腰在直線 $x - y - 10 = 0$ 上，另一腰過點 $(5, 7)$ ，求此三角形面積為_____。

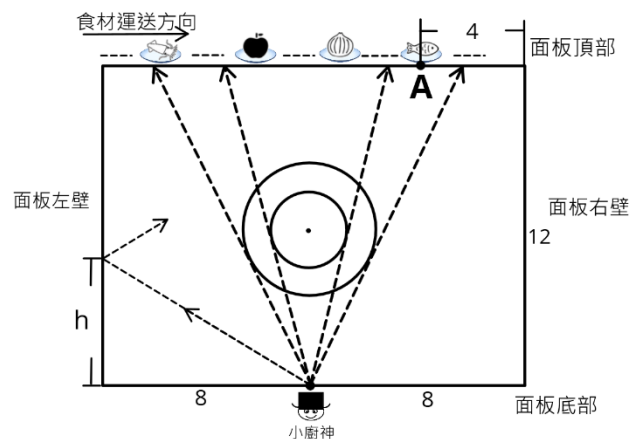
K. 坐標平面上，已知點 $P(7, 0)$ 為圓 $C: x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$ 上一弦 $\overline{AB}$ 的一個三等分點，求弦 $\overline{AB}$ 的長度為_____。

三、素養混合題（10 分）（必須有詳細計算過程，否則不予計分。）

- 遊戲公司欲設計一款小廚神收集食材的遊戲，設計的面板大小是長 16 單位、寬 12 單位的矩形，如下圖。小廚神在面板底部的中心點上，食材在面板頂部由左至右依等速前進運送，小廚神可發射光線來取得所需食材，且光線只限制發射到面板頂部有效，若光線打到面板左右兩側牆壁則視為無效光線。為了增加遊戲的難度，面板中心設有圓形障礙物干擾，如果光線發射打到圓形障礙物，也視為無效光線，且圓形障礙物的半徑會由最小 2 單位依等速增加變大至半徑 3 單位，再從半徑 3 單位縮小為半徑 2 單位，依照這樣的模式進行遊戲。



- 已知當圓形障礙物為半徑 3 單位時，無法命中食材的長度範圍為 s 單位；縮小至半徑 2 單位時，無法命中食材的長度範圍為 t 單位，試問 $s - t = ?$ （5 分）
- 遊戲測試員體驗該款遊戲後，表示小廚神可命中食材的範圍太小，應開放左右兩側牆壁可反射光線的功能。已知小廚神發射光線，在面板左壁反射光線後，有機會不被圓形障礙物阻礙，命中面板頂部距離右壁 4 單位的食材(如下示意圖 A 點的位置)。假設小廚神必須反射在面板左壁距離面板底部 h 單位的位置上，可達成目標，試問 $h = ?$ 。（5 分）



桃園市立武陵高中 114 學年度第一學期 高一數學 第二次段考 數學答案卷

適用班級：101-120

班級： 座號： 姓名：

一、多選題（每題 8 分，共 24 分）

1	2	3

二、填充題（每題 6 分，共 66 分）

A	B	C
D	E	F
G	H	I
J	K	

三、素養混合題（共 10 分，每小題各 5 分）

一、多選題（每題 8 分，共 24 分）

1	2	3
1、2、5	2、4、5	3、4

二、填充題（每題 6 分，共 66 分）

A (2, 1)	B 5	C $-\frac{7}{4} < m < \frac{5}{4}$
D (6, -6)	E (13, -2) 或 (1, 10)	F $(52, \frac{5}{2})$
G 30	H $24\pi - 18\sqrt{3}$	I 80
J 135	K 6	

三、素養混合題（共 10 分，每小題各 5 分）

1. (1) $s - t = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$ (2) $h = \frac{24}{5}$

(1) 將遊戲面板坐標化，以面板左壁和面板底部的交點為原點，面板底部為 x 軸，面板左壁為 y 軸，小廚神的坐標位置為 $(8, 0)$ ，圓形障礙物的圓心 $M(8, 6)$ 。

設直線 $L_1: y = m_1(x - 8)$ 與半徑 $r_1 = 3$ 公分的圓相切，

$$d(M, L_1) = 3 \text{ 可得 } m_1 = \sqrt{3} \text{ 或 } -\sqrt{3}$$

L_1 與面板頂部 $y = 12$ 的交點為 $(\frac{12}{\sqrt{3}} + 8, 12)$ 和 $(\frac{12}{-\sqrt{3}} + 8, 12)$

設直線 $L_2: y = m_2(x - 8)$ 與半徑 $r_2 = 2$ 公分的圓相切，

$$d(M, L_2) = 2 \text{ 可得 } m_2 = 2\sqrt{2} \text{ 或 } -2\sqrt{2}$$

L_2 與面板頂部 $y = 12$ 的交點為 $(\frac{12}{2\sqrt{2}} + 8, 12)$ 和 $(\frac{12}{-2\sqrt{2}} + 8, 12)$

$$\therefore s - t = \left(\frac{12}{\sqrt{3}} - \frac{12}{-\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{12}{2\sqrt{2}} - \frac{12}{-2\sqrt{2}}\right) = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$$

(2) 小廚神位置 $P(8, 0)$ 對於 y 軸的對稱點為 $Q(-8, 0)$

目標食材位置為 $A(12, 12)$ ，連接 $\overline{AQ}$

$$\overrightarrow{AQ}: y - 0 = \frac{12}{20}(x + 8)$$

直線 AQ 與 y 軸的交點為 $(0, \frac{24}{5})$

$$\therefore h = \frac{24}{5}$$

