

20											<input checked="" type="text"/>	
21							<input checked="" type="text"/>					

一、選擇題(佔 30 分)

說明：第1 題至第5 題，每題有五個選項，其中只有一個是最適當的選項，請將答案畫記至答案卡上。每題答對得6分，答錯或不作答不予計分。

1. 已知 a 為非負整數，關於 x 的方程式 $2x - a\sqrt{1-x} - a + 4 = 0$ 至少有一個整數根，則 a 可能取值的個數為

(1) 4 個 (2) 3 個 (3) 2 個 (4) 1 個 (5) 0 個。

2. 所謂及格率為及格(大於或等於 60 分)的人數與考試的人數之比。某次模擬考，數學成績的及格率：

甲校為(45.6)%，乙校為(62.4)%，丙校為(25.4)%，甲、乙兩校合併為 52%。

則在下列四個推論：

推論 1：此次參加模擬考的人數以乙校最多。

推論 2：甲校與丙校合併後的及格率為 $\frac{(45.6)\% + (25.4)\%}{2}$ 。

推論 3：此次參加模擬考的人數，甲校的人數比乙校的人數多。

推論 4：丙校這次模擬考的數學成績的平均一定不及格。(平均 = $\frac{\text{總分}}{\text{總人數}}$)

試問：正確的推論有幾個？

(1) 4 個 (2) 3 個 (3) 2 個 (4) 1 個 (5) 0 個。

3. 某一班共有 50 位同學，某次段考數學及格的有 10 人，英文及格的有 30 人，國文及格的有 42 人。

設： x 為數學與國文皆及格的人數，

y 為數學與英文皆及格，但國文不及格的人數，

z 為國文及格，但數學與英文皆不及格的人數，

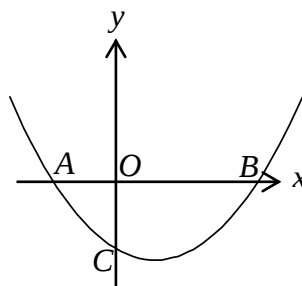
w 為英文與國文皆及格，但數學不及格的人數。

試問 x, y, z, w 四數的大小關係，下列哪一個選項恆成立？

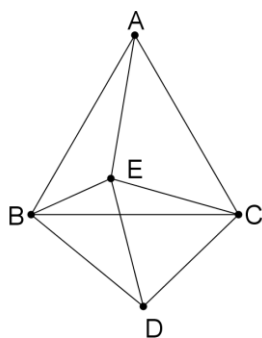
(1) $x > w$ (2) $z > y$ (3) $w > y$ (4) $y > z$ (5) $x > y$

4. 已知二次函數 $y = x^2 - 2(m-1)x - 2 - m$ 的函數圖形與 x 軸交於 $A(\alpha, 0), B(\beta, 0)$ 兩點 ($\alpha < 0 < \beta$)，與 y 軸交於點 C ，如圖所示。若 $\frac{1}{OA} - \frac{1}{OB} = \frac{1}{OC}$ ，則所有可能的 m 值的和為下列哪一個數？

- (1) $\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{3}{2}$ (5) 0



5. 如圖所示，已知 $\triangle ABC, \triangle CDE$ 都是正三角形，且 $\angle EBD = 62^\circ$ ，則 $\angle AEB$ 的度數是
(1) 124° (2) 122° (3) 120° (4) 118° (5) 116° (圖形僅供參考)



二、選填題(佔 104 分)

說明：第A 題至第M 題，每題請依照答案格式將答案畫記到答案卡上。各題每格全部答對才得8 分，答錯或不作答不予計分。

- A. 將所有棋子放入盒子內時，每個盒子都要有棋子。若將 n 個棋子放入 10 個大小相同的盒子內，可以找到一種放法使每個盒子的棋子數都不相同；現在將 $n+1$ 個棋子放入 11 個大小相同的盒子內，無法找到一種放法使每個盒子的棋子數都不相同。則滿足上述條件的 n 最大的數值為 a ，最小的數值為 b ，則 $a+b = \underline{\textcircled{6} \textcircled{7} \textcircled{8}}$ 。

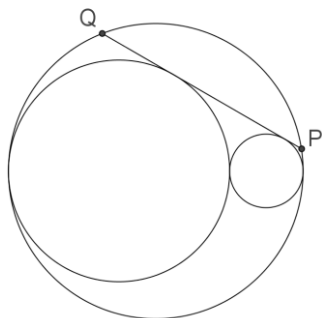
B. 同樂會中，老師讓每位同學從一個袋子中隨意取出兩球觀察顏色後再放回，袋中只有紅、橙、黃、綠、藍五種色球各兩顆(總共十顆球)，老師並肯定的說：「最後一定至少有兩人取出的顏色組合完全相同。例如：甲取出顏色為黃、綠，乙取出顏色為綠、黃，表示甲乙取出的顏色組合完全相同」。請問取球的同學至少有 9 10 人。

C. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 86$ ， $\overline{AC} = 97$ 。若以 A 點為圓心，且以 $\overline{AB}$ 為半徑畫圓，則此圓交 $\overline{BC}$ 於 D 點，若 $\overline{BD}$ 及 $\overline{CD}$ 均為整數，試求 $\overline{BC}$ 長為 11 12。

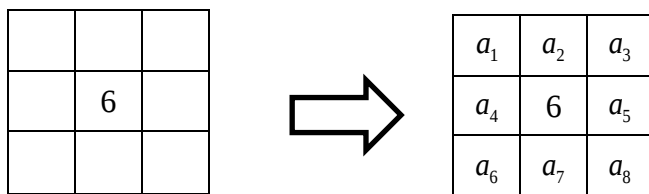
D. $\triangle ABC$ 內(不含邊界)有 2016 個相異點，以 A, B, C 以及此 2016 個點為頂點，可以把原 $\triangle ABC$ 分割成 13 14 15 16 個除頂點外，無重疊區域的小三角形。

E. 設 x, y 為非零實數，且滿足
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{6}{y} = -8x^2 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 8y^2 \end{cases}$$
，則 $x + y =$ 17 18。

- F. 下圖為大小相異的三圓，半徑分別為 4, 3, 1，且小圓與中圓外切，大圓分別與小圓及中圓內切，作小圓與中圓的外公切線並延伸交大圓於 P, Q 兩點，則線段長 $PQ = \sqrt{19(20)}$ 。
(圖形僅供參考)



- G. 欲將 8 個相異的正整數 $a_1, a_2, \dots, a_8$ 填入下圖 8 個空格，恰好每直行 3 個數字相乘為 n ，每橫列 3 個數字相乘也為 n ，兩個對角線上 3 個數字相乘也為 n (即 $6 \times a_1 \times a_8 = 6 \times a_3 \times a_6 = n$)，求 $n = \underline{21(22)(23)}$ 。



- H. 若 $f(x)$ 為一函數，且 $f(1)=105$ ，已知對於任意大於 1 的正整數 n ，恆有

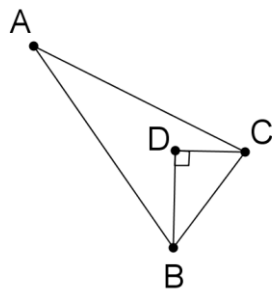
$$f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n^2 \times f(n), \text{ 則 } \frac{1}{f(105)} \text{ 之值為 } \underline{24(25)}.$$

- I. 平面上有一個六邊形，其中四個邊的邊長為 $4\sqrt{10}$ ，而其餘兩個邊的邊長為 4。若此六邊形有一外接圓，則此圓的半徑為 26(27)。

- J. 一條自行車輪胎，若把它安裝在前輪，則自行車行駛 5000 公里後報廢；若把它安裝在後輪，則自行車行駛 3000 公里後報廢。行駛一定路程後可以交換前後輪胎。若要使一輛自行車的一對新輪胎同時報廢，那麼這輛車將能行駛 28 29 30 31 公里。

- K. 如下圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BD}$ 平分 $\angle ABC$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ 於 D 點，且 $\angle BAC = \angle ACD$ ，

$\overline{BC} = 5$, $\overline{BA} = 11$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積是 $\frac{\textcircled{32} \textcircled{33} \textcircled{34}}{\textcircled{35}}$ 。(圖形僅供參考)



- L. 設 $x < 0$ ，且 $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ ，求 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 之值為 36 37 38。

- M. 定義 $h(g(x))$ 為兩函數 $h(x)$ 及 $g(x)$ 之合成函數，例如： $h(x) = x^2 + 2x - 1$ ， $g(x) = x + 1$ ，則 $h(g(x)) = (x+1)^2 + 2(x+1) - 1$ 。若 $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ， $-2 \leq x \leq 1$ ，則 $f(f(f(x)))$ 之最大值為 39 40。