

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、多重選擇題：(每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個以上選項不給分)

1. ( ) 設  $\alpha$  為複數， $\alpha \neq 0$ ， $|\alpha|=1$  且  $\alpha$  的主幅角為  $199^\circ$ ，則下列敘述何者正確？

- (A)  $2000\bar{\alpha}$  的主幅角是  $161^\circ$       (B)  $-91\alpha$  的主幅角是  $19^\circ$       (C)  $-17\bar{\alpha}$  的主幅角是  $341^\circ$   
 (D)  $\frac{1}{\alpha}$  的主幅角是  $161^\circ$       (E)  $\alpha^2$  的主幅角是  $38^\circ$

2. ( ) 設  $\omega = \cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}$ ，下列選項何者正確？

- (A)  $\omega^{2016} = 1$       (B)  $1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^6 = 1$       (C)  $\omega^6 = \bar{\omega}$   
 (D)  $(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^3)(1 - \omega^4)(1 - \omega^5)(1 - \omega^6) = 7$   
 (E)  $|1 - \omega| \times |1 - \omega^2| \times |1 - \omega^3| = \sqrt{7}$

3. ( ) 設  $z$  為複數且  $z^6 = 1$ ，但  $z \neq 1$ ，則下列選項何者正確？

- (A)  $|z| = 1$     (B)  $z^3 = 1$  或  $z^3 = -1$     (C)  $|z^5| = 1$     (D)  $z^4 + z^2 + 1 = 0$     (E)  $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 = 0$

二、填充題：

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	23	30	36	42	47	52	56	60	64	68

1. 求  $\text{Arg}\left(\frac{1}{1-i}\right) =$  \_\_\_\_\_

2. 已知複數  $z$  滿足  $|z| - \bar{z} = 1 + 2i$ ，則  $z =$  \_\_\_\_\_ (請寫成  $a+bi$  的形式，其中  $a, b \in R$ )

3. 設  $z = \frac{(3+4i)^2(1+\sqrt{3}i)^3}{(4-3i)^4}$ ，則  $|z| =$  \_\_\_\_\_

4. 以  $2x - \sqrt{3} + i$  除  $x^{60} - 1$  之餘式為 \_\_\_\_\_

5. 求  $\frac{(3+\sqrt{3}i)^6}{(1+\sqrt{3}i)^3}$  之值 = \_\_\_\_\_ (請寫成  $a+bi$  的形式, 其中  $a, b \in R$ )

6. 設  $\frac{(\cos 137^\circ + i \sin 763^\circ)(\cos 369^\circ + i \sin 171^\circ)}{\cos(-26^\circ) - i \sin 334^\circ} =$  \_\_\_\_\_ (請寫成  $a+bi$  的形式, 其中  $a, b \in R$ )

7. 滿足  $|z+1-2i| = |z-3+2i|$  的實數  $z$  為 \_\_\_\_\_

8. 設  $\frac{1+i \tan \frac{\pi}{8}}{1-i \tan \frac{\pi}{8}} = a+bi$ , 其中  $a, b \in R$ , 則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

9. 複數平面上兩點  $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ , 已知  $|\alpha|=3$ ,  $|\beta|=5$ ,  $|\alpha-\beta|=7$ , 求  $\text{Arg}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) =$  \_\_\_\_\_

10. 兩複數  $z_1, z_2$  滿足  $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = 6$  且  $\text{Arg}(z_2) = \text{Arg}(z_1) + \frac{2\pi}{3}$ , 若  $z_1 = -5+i$ , 則  $z_2 =$  \_\_\_\_\_。  
(請寫成  $a+bi$  的形式, 其中  $a, b \in R$ )

11.  $\left|\frac{z}{z-1}\right| = \frac{1}{2}$ ,  $\text{Arg}\left(\frac{z-1}{z}\right) = \frac{2\pi}{3}$ , 求  $z =$  \_\_\_\_\_ (請寫成  $a+bi$  的形式, 其中  $a, b \in R$ )

12. 方程式  $x^8 = 8\sqrt{3} + 8i$  的八個解在複數平面上以其為頂點, 可圍成一凸八邊形, 則此八邊形的面積為 \_\_\_\_\_

三、計算題：(8分)

1. 試在複數平面上標出方程式  $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$  的五個複數根, 並求出以這五個點為頂點所成的五邊形面積。

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、多重選擇題：(每題 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯三個以上選項不給分)

1	2	3
全	全	ABCE

二、填充題：

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	23	30	36	42	47	52	56	60	64	68

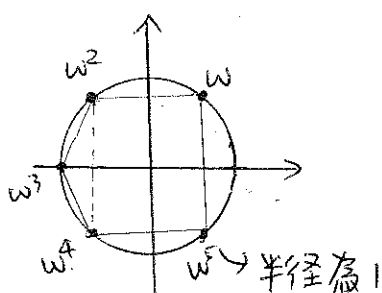
1	2	3	4
$45^\circ$	$\frac{3}{2} + 2i$	$\frac{8}{25}$	0
5	6	7	8
216	$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$	1	$(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
9	10	11	12
$120^\circ$ 或 $240^\circ$	$((15-3\sqrt{3}) + (-3-15\sqrt{3})i)$	$\frac{2}{7} + \frac{\sqrt{3}}{7}i$	$4\sqrt{2}$

三、計算題：(8 分)

1

1. 試在複數平面上標出方程式  $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$  的五個複數根，並求出以這五個點為頂點所成的五邊形面積。

$x^6 - 1 = (x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$



$w, w^2, w^3, w^4, w^5$  為五根

其中  $w = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$  (5%)

---

面積：

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin 120^\circ$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{4} \quad (3\%)$$