

# 國立武陵高級中學 105 學年度第一學期高三社會組期中考數學試題

範圍：1-1 隨機的意義 & 1-2 期望值、變異數、標準差

一、填充題：共 84 分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	10	20	30	40	47	54	61	68	72	76	80	84

1. 甲箱裝有編號 1 至 5 號球各一個，乙箱裝有編號 1 至 3 號球各一個：
  - (1) 擲一個公正的骰子一次，若點數出現 1~4 點，則由甲箱取一球，若點數出現 5 或 6 點，則由乙箱取一球。設  $X$  為擲一個骰子後，按此規則所取出球的號碼，則  $P(2 < X < 5) =$  \_\_\_\_\_
  - (2) 從甲箱中一次取一球，取後放回，共取兩球，試求此兩球號碼差的標準差為 \_\_\_\_\_
2. 擲一個公正硬幣兩次，其正面出現次數的：(1)期望值為 \_\_\_\_\_ 次 (2)變異數為 \_\_\_\_\_
3. 離散型隨機變數  $X$  的機率分布如下：

$X$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
機率	0.4	0.2	0.1	0.3

試求：

- (1)  $E(\log_2 X) =$  \_\_\_\_\_ (2)  $Var(2X - 1) =$  \_\_\_\_\_
4. 袋中有大小相同的綠球 4 個，紅球 3 個，白球 2 個，黑球 1 個，今從袋中一次選取 3 球，設  $X$  為選取 3 球中出現顏色的種類數(如取出 2 紅 1 白，則顏色種類數為 2；取出 3 綠球則顏色種類數為 1)，試求  $X$  的期望值為 \_\_\_\_\_
5. 已知機率函數  $f(x) = \begin{cases} k \cdot 2^{-x} & , x=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \\ 0 & , \text{其他實數} \end{cases}$ ，試求  $k =$  \_\_\_\_\_
6. 妙妙逛大溪老街的童玩店時，對一款九宮格的抽獎遊戲充滿了興趣，此款遊戲當天非常受歡迎，妙妙所見已經是所剩的最後一盒。此遊戲九個格子中只有一格裝入印有中獎的紙條，其餘八個格子都是空的，並以不透明的紙將整盒所有格子封裝。每次進行遊戲前需先付 10 元給老闆，然後選擇戳破其中的一個格子，若抽中紙條再向老闆兌獎；若不中，可依此方式再付錢給老闆進行遊戲。妙妙當天無論失敗幾次都一定要中獎才願意停止遊戲，且該款遊戲是全新的狀態，若獎品價值  $K$  元，那麼  $K =$  \_\_\_\_\_ 對妙妙而言才是公平的遊戲。

7. 某隨機變數  $X$  的期望值為 10，標準差為 2，則  $X^2$  的期望值為\_\_\_\_\_
8. 某太平洋島國的百大觀光景點武陵城每年吸引大量遊客前來，全都為了登上其天守閣（城堡中瞭望台的結構）的頂樓，親自敲響象徵「幸福永恆」的鐘聲。為了避免絡繹不絕的遊客造成頂樓過度的擁擠與負擔，於是在登頂的唯一路徑中設計六道上鎖的門，而開啟每道門的鑰匙均不相同但從鑰匙外觀完全無法區別。每名遊客於一樓購票時均會拿到裝有此六道門鑰匙的錦囊，過程中欲通過的每道門均呈現上鎖狀態，此時需從錦囊中選取一把鑰匙，若開啟成功，則將此把鑰匙交給一旁的工作人員後繼續往下一道門前進；若開啟失敗，則沒有第二次嘗試的機會，工作人員會取走遊客身上所有的鑰匙並帶往一旁的砲台，將其拋射至城外的護城河感受飛越武陵城的刺激，以彌補無法登頂的遺憾。奇奇購票欲登上天守閣頂樓，試問：
- (1) 奇奇登頂成功的機率為\_\_\_\_\_
- (2) 試求奇奇成功開鎖次數的期望值為\_\_\_\_\_次

## 二、計算題：共 16 分

1. 袋中有 4 紅球與 2 白球，今從袋中一次取一球，共取 4 球，設  $X$ 、 $Y$  分別為取後放回、取後不放回的情況下，取到白球的個數，試求：
- (1)  $X$  的機率分布與機率質量函數圖 (8 分)
- (2)  $Y$  的機率分布與機率質量函數圖 (8 分)

# 國立武陵高級中學 105 學年度第一學期高三社會組期中考數學解答卷

範圍：1-1 隨機的意義

\_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號 姓名 \_\_\_\_\_

1-2 期望值、變異數、標準差

## 一、填充題：共 84 分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	10	20	30	40	47	54	61	68	72	76	80	84

1.(1) $\frac{17}{45}$	1.(2) $\frac{6}{5}$	2.(1) 1	2.(2) $\frac{1}{2}$
3.(1) -0.7	3.(2) 2.26	4. $\frac{19}{8}$	5. $\frac{1024}{1023}$
6. 50	7. 104	8.(1) $\frac{1}{720}$	8.(2) $\frac{77}{360}$

## 二、計算題：共 16 分

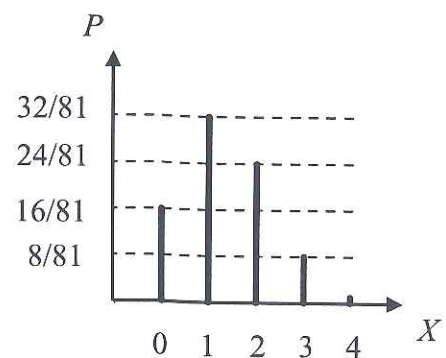
1. 袋中有 4 紅球與 2 白球，今從袋中一次取一球，共取 4 球，設  $X$ 、 $Y$  分別為取後放回、取後不放回的情況下，取到白球的個數，試求：

(1)  $X$  的機率分布與機率質量函數圖 (8 分)

(2)  $Y$  的機率分布與機率質量函數圖 (8 分)

(1) (各 4 分)

$X$	0	1	2	3	4
$P$	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{81}$



(2) (各 4 分)

$Y$	0	1	2
$P$	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{6}{15}$

