

國立武陵高級中學 105 學年度第一學期高三自然組第一次段考數學題目卷

範圍：機率統計

一、 多選題(每題 10 分，全對得 10 分，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分，其他情形得 0 分，共 30 分)

( )1、袋中有六顆球，分別標上號碼為 1、2、3、4、5、6，每球被取出的機會均等，則下列敘述正確的有？

- (A) 每次取一球，共取 3 次， $X$  代表每次取球後要放回袋中的情況下，取出號碼的總和； $Y$  代表取球後不用放回袋中，取出號碼的總和，則期望值  $E(X) > E(Y)$
- (B) 每次取一球，取出放回，共取 10 次，觀察出現偶數的次數，則偶數恰出現 5 次的情形有最大機率值
- (C) 每次取一球，取出放回，觀察出現偶數的次數，連續取 2 次恰出現 1 次偶數的機率，與連續取 4 次恰出現 2 次偶數的機率相同
- (D) 每次取一球，取出放回，連續取 3 次，過程中  $X$  代表出現號碼小於 3 的次數、 $Y$  代表出現號碼大於 2 的次數，則機率  $P(XY=0)=0$
- (E) 每次取一球，取出放回，連續取 3 次，過程中  $X$  代表出現號碼小於 3 的次數、 $Y$  代表出現號碼大於 2 的次數，則期望值  $E(XY)=2$ 。

( )2、甲、乙、丙開始進行候選人寶寶支持度之民意調查，在 68%、95%、99.7% 三種信心水準下任選一種(可與其他人相同)，求得信賴區間分別為  $[0.49, 0.61]$ 、 $[0.52, 0.58]$ 、 $[0.48, 0.52]$ ，則下列選項哪些正確？

- (A) 母體實際支持度落在  $[0.49, 0.61]$  的機率大於或等於 0.68
- (B) 若信心水準相同，則丙的樣本數最多
- (C) 若樣本數相同，則甲的信心水準比乙低
- (D) 若信心水準相同，則乙的樣本數為甲的 4 倍
- (E) 丙想再次重新抽樣調查，並維持原來的信心水準，將樣本數增多為原樣本數的 4 倍，可使抽樣誤差縮小為先前的一半。

( ) 3、隨機變數  $X$  的機率分布如下表 ( $a > 0$ )，試問下列選項正確的有？

$X$	1	2	3	4
機率 $P$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$

- (A)  $0.5 \leq a$   
 (B)  $0.6 \leq a$   
 (C)  $\sum_{k=1}^4 a^k = 1$   
 (D)  $2 < E(X)$   
 (E)  $0.5 < E(X)$ 。

二、填充題(共 62 分，答案若無法整除者不要以小數表示，須以最簡分數或無理數表示)

答對總格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	7	14	20	26	32	38	44	50	56	62

甲、一個點數為 1、2、3、4、5、6 的不公正骰子，每個點數投擲出現的機率與點數成反比，

(1) 隨機變數  $X$  代表連續投擲 49 次中出現 1 點的次數，則期望值  $E(X) = \underline{(1)}$ 、變異數  $V(X) = \underline{(2)}$ ；

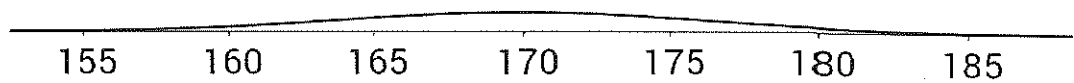
(2) 隨機變數  $Y$  代表連續投擲 49 次所擲出的點數和，則期望值  $E(Y) = \underline{(3)}$ 。

乙、波蜜想對全校師生關於保管手機的事情做贊成與否的意見調查，在 95% 之信心水準下，要使抽樣誤差小於或等於 0.05，問最少應調查 (4) 人；另肥肥對此事進行抽樣，調查 100 位同學，得贊成比率為 0.36，則 95% 信心水準之信賴區間為 (5)。

丙、袋中有 10 個燈泡，每個被取出的機會均等，其中有 4 個為不良品，從袋內依序取出不放回，取到第 1 個不良品就停止再取，令隨機變數  $X$  為取出的燈泡總個數，問  $E(X) = \underline{(6)}$ 。

丁、一不公正硬幣投擲時出現人頭那一面的機率為  $\frac{2}{3}$ ，金額那一面的機率為  $\frac{1}{3}$ ，今投擲 6 次， $X$  代表出現人頭的次數，則機率  $P(X \leq 4) = \underline{(7)}$ 。

戊、某大學本學年度全體男同學有 4000 人，經調查後得知身高資料極近似常態分佈，母體平均值為 170 公分，母體標準差為 6 公分，將其相對次數折線圖以平滑曲線修飾後得一圖表，截圖如下(圖一)。(橫軸為身高，單位公分；縱軸為相對次數)

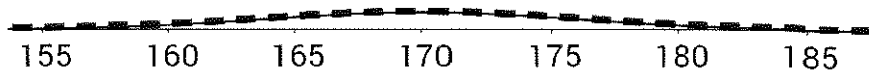


(圖一)

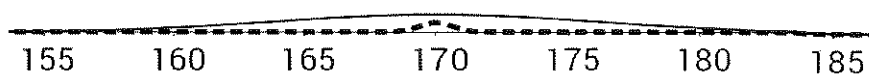
(1) 小叡 的身高為 182 公分，問大約有多少人比 小叡 高? (8) 個人。

(2) 令隨機變數  $\bar{X}$  為針對此母體進行抽樣 100 位之樣本平均數，則  $\bar{X}$  的機率分布曲線圖(以虛線表示)與(圖一)之關係，由下列(A) ~ (E) 哪個圖表說明最為適當? (9)。(橫軸、縱軸單位長維持不變，與(圖一)相同)

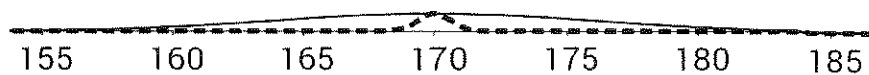
(A)



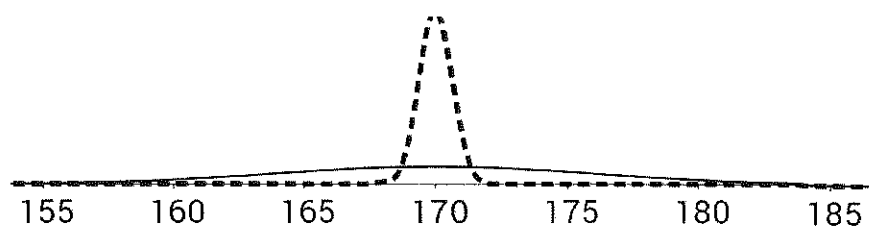
(B)



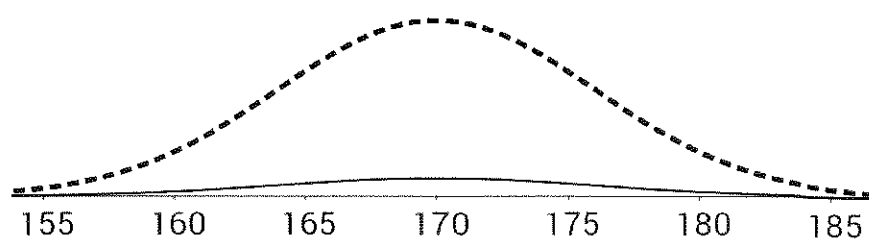
(C)



(D)



(E)



(3) 若機率  $P(170 - e \leq \bar{X} \leq 170 + e) \approx 0.95$ ，則  $e =$  (10)。

三、計算題(共 8 分)

1、下表為 X 海企業計畫投資產業 A 或產業 B 的分析表，表中顯示未來「產業 A 景氣好的機率為 0.2、景氣一般的機率為 0.6、景氣差的機率為 0.2；投資報酬率分別為景氣好時為 15%、景氣一般時為 10%、景氣差時為 0。產業 B 景氣好的機率為 0.3、景氣一般的機率為 0.4、景氣差的機率為 0.3；投資報酬率分別為景氣好時為 20%、景氣一般時為 15%、景氣差時為 -10%。」

景氣	出現的機率		投資報酬率	
	產業 A	產業 B	產業 A	產業 B
好	0.2	0.3	15%	20%
一般	0.6	0.4	10%	15%
差	0.2	0.3	0	-10%

(1)分別求出產業 A、產業 B 報酬期望值。(2 分)

(2)任何一筆投資可以用標準差來評估風險，以風險的角度來看，你(妳)建議 X 海企業投資哪一個產業?並說明你的看法。(6 分)

國立武陵高級中學 105 學年度第一學期高三自然組第一次段考數學答案卷

範圍：機率統計

班級\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_

(更正)

一、多選題(每題 10 分，全對得 10 分，錯一個選項得 6 分，錯二個選項得 2 分，其他情形得 0 分，共 30 分)

題號	1	2	3
答案	B	BD	ACE

二、填充題(共 62 分，答案若無法整除者不要以小數表示，須以最簡分數或無理數表示)

答對總格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	7	14	20	26	32	38	44	50	56	62

格號	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
答案	20	$\frac{580}{49}$	120	400	[0.264,0.456]
格號	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
答案	$\frac{11}{5}$	$\frac{473}{729}$	100	(D)	1.2

三、計算題(共 8 分)

1、下表為 X 海企業計畫投資產業 A 或產業 B 的分析表，表中顯示未來「產業 A 景氣好的機率為 0.2、景氣一般的機率為 0.6、景氣差的機率為 0.2；投資報酬率分別為景氣好時為 15%、景氣一般時為 10%、景氣差時為 0。產業 B 景氣好的機率為 0.3、景氣一般的機率為 0.4、景氣差的機率為 0.3；投資報酬率分別為景氣好時為 20%、景氣一般時為 15%、景氣差時為 -10%。」

景氣	出現的機率		投資報酬率	
	產業 A	產業 B	產業 A	產業 B
好	0.2	0.3	15%	20%
一般	0.6	0.4	10%	15%
差	0.2	0.3	0	-10%

(1)分別求出產業 A、產業 B 報酬期望值。(2 分)

(2)任何一筆投資可以用標準差來評估風險，以風險的角度來看，你(妳)建議 X 海企業投資哪一個產業？並說明你的看法。(6 分)

Sol: 產業 A 報酬期望值為  $\bar{x}_A = 0.2 \times 15\% + 0.6 \times 10\% + 0.2 \times 0 = 0.09 = 9\%$  (1 分)

產業 B 報酬期望值為  $\bar{x}_B = 0.3 \times 20\% + 0.4 \times 15\% + 0.3 \times (-10\%) = 0.09 = 9\%$  (1 分)

產業 A 報酬變異數為  $\sigma_A^2 = 0.2 \times (15\% - 9\%)^2 + 0.6 \times (10\% - 9\%)^2 + 0.2 \times (0 - 9\%)^2 = 0.0024$  (2 分)

產業 B 報酬變異數為  $\sigma_B^2 = 0.3 \times (20\% - 9\%)^2 + 0.4 \times (15\% - 9\%)^2 + 0.3 \times (-10\% - 9\%)^2 = 0.0159$  (2 分)

$\sigma_A < \sigma_B$ ，故建議同樣報酬期望值下，選擇投資風險較小的產業 A。