

範圍：圓與直線、空間概念 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

注意：以下試題中，所有答案均需運算至最簡否則不予計分，直線方程式請化為： $ax+by+c=0$ ($a \geq 0$) 之型式，圓方程式請寫為標準式，試題共三頁，答案卷一頁，作答完畢將答案卷繳回即可，填充題答案需全對始計分

一、多重選擇題【每題 10 分，答錯 1 選項得 6 分，錯 2 選項得 2 分，錯 3 選項以上得 0 分，共 20 分】

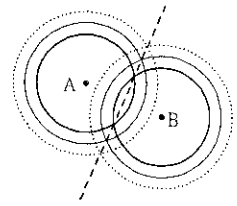
- 1、已知平面上 $P(x, y)$ 為聯立不等式
$$\begin{cases} 5x - y \leq 19 \\ 3x + 2y \geq 14 \\ 2x - 3y \geq -8 \end{cases}$$
 所表示圖形區域內(含邊界)之一點，試問下列何者正確：(A) $2x + y - 3$ 的最大值為 13 (B) $x^2 + y^2$ 的最大值為 61 (C) $x^2 + y^2$ 的最小值為 17 (D) $\frac{1}{3} < \frac{y+1}{x+2} < \frac{5}{4}$ (E) 此聯立不等式所圍出之圖形面積為 13

- 2、下列敘述何者正確？(A) xy 平面上，相異三點 $A(2, -1)$ ， $B(-4, 5)$ ， $C(7, -6)$ 恰可決定一個圓 (B) xy 平面上，圓心在直線 $L: x + y + 2 = 0$ 上，且和直線 $2x - y + 2 = 0$ 、 $x - 2y = 0$ 均相切的圓有兩個 (C) xy 平面上，同時與三直線 $x = 1$ ， $y = 2$ 、 $x + y + 1 = 0$ 相切的圓恰有一個 (D) 設一直線 L 交一平面 E 於 A 點，若在 E 上過 A 點有一直線 M 與 L 垂直，則 L 垂直 E (E) 兩歪斜線在同一個平面 E 之正射影有可能為二平行線

二、填充題【共 11 題，每題 6 分，需全對才給分，共 66 分】

- 1、已知點 $A(-2, 1)$ 為圓 $C: x^2 + y^2 + 10x - 6y + k = 0$ 外一點，試求實數 k 的範圍 = _____

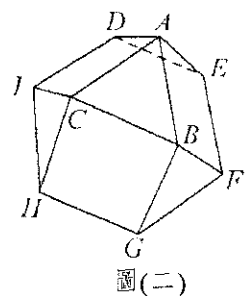
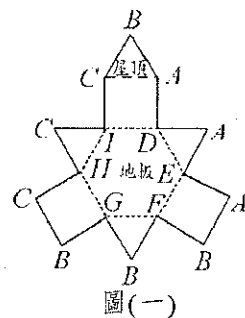
- 2、漫畫中華一番中的小當家劉昴星在喝到有母親味道的黃金湯後感動的落下雙淚，兩滴等大且重量相同的淚水同時落下，並同時接觸水面的坐標 $A(8,8)$ 、 $B(9,5)$ ，水滴激起一圈圈的同心圓，如圖所示，試求兩組同心圓(半徑等大)交點所在的直線方程式為_____。(即求圖中虛直線的直線方程式)



- 3、森森有一項特殊技能分身術，某日他在座標平面上移動的位置坐標可以用動點 $P(t, 2t-2)$ 表示($t \in R$)，某一時刻森森突然接到女友甲和女友乙的電話要求見面，此時他急中生智決定讓分身去陪女友乙，而自己去陪女友甲，已知女友甲所在的位置是 $Q(0,4)$ ，女友乙所在的位置是 $R(\frac{3}{5}, \frac{11}{5})$ ，請問森森應該移動到何處施展分身術可以讓森森到女友甲的距離以及分身到女友乙的距離和最短？(即求 $\overline{PQ} + \overline{PR}$ 最小時的 P 點座標)_____

- 4、試求座標平面上過點 $A(4,5)$ 且與圓 $C: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$ 相切的直線：_____

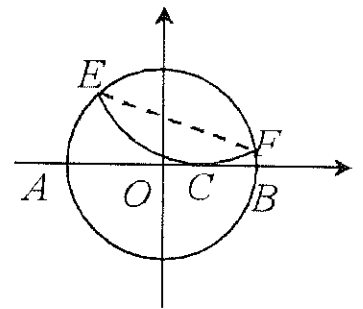
- 5、若森森想蓋一座紀念館，建築的外觀展開如圖一，將圖一的虛線折起來並把相同字母的頂點連接就可以得到紀念館的模型，如圖二所示。而屋頂 ABC 是正三角形，地面 $DEFGHI$ 是正六邊形，而 6 個側面是正方形和正三角形交互相接形成，若這些正多邊形的邊長都是 60，試求屋頂 ABC 到地面 $DEFGHI$ 的高度=_____



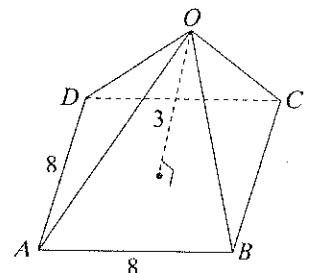
6、已知座標平面上平行四邊形 $ABCD$ 的四個頂點為 $A(2,1)$ 、 $B(8,2)$ 、 $C(12,9)$ 、 $D(6,8)$ ，另外有一圓 $C:(x-1)^2+(y+2)^2=9$ ，若直線 L 恰可同時平分平行四邊形 $ABCD$ 及圓 C 的面積，試求 L 的方程式=_____

7、座標平面上一直線 $L:5x+12y+4=0$ 與圓 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 交 P 、 Q 兩點，若 $A(4,-2)$ 在直線 L 上，試求 $\overline{AP} \times \overline{AQ}$ 之值=_____

8、如圖所示，以原點 O 為圓心，半徑 $2\sqrt{7}$ 的圓與 x 軸交於 A 、 B 兩點。現以為 \overline{EF} 摺痕，使弧 \widehat{EF} 恰與 x 軸相切於 \overline{OB} 的中點 C ，則摺痕 \overline{EF} 長度=_____

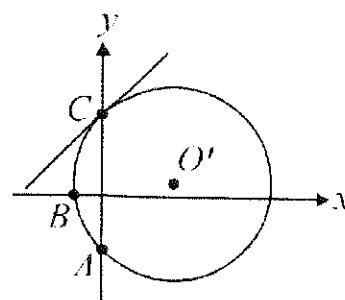


9、如圖所示，有一個直四角錐，它的底面是邊長為 8 的正方形，四個側面為全等的等腰三角形，若頂點 O 到底面 $ABCD$ 的垂直距離為 3，且平面 OAB 與平面 OBC 的兩面角角度為 θ ，試求 $\cos\theta$ =_____



10、試求 $\Gamma : x^2 + (|y|-1)^2 \leq 4$ 的圖形在座標平面上所圍出封閉區域之面積=_____

11、如圖所示，若有一圓通過不同的三點 $C(0, k)$ ， $B(-1, 0)$ ， $A(0, -2)$ ，已知此圓在 C 點的切線斜率為 1，試求此圓之圓心 O' 座標=_____



三、計算題【共一題 14 分，每小題配分如題後】

1、森森大飯店每個月有可用資金四十萬元，現在要對外招募廚師以及學徒若干。經過討論後決定一名廚師每個月給薪 5 萬元，一名學徒每個月給薪 2 萬 5 千元，且為了維持烹飪水準，飯店規劃一名廚師帶領 2 至 4 名學徒。根據市場調查結果，一名廚師每個月可創造 7 萬元的業績，一名學徒每個月可創造 5 萬元的業績。森森大飯店應招募廚師與學徒各 x 與 y 人，才得以創造每個月的最大業績 k 萬元。

- (1) 請列出限制式 (4 分)
- (2) 請畫出限制式之圖解及頂點 (4 分)
- (3) 試求數對 (x, y, k) (6 分)

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一、多重選擇題，20 分

【每題 10 分，答錯 1 選項得 6 分，答錯 2 選項得 2 分，答錯 3 選項以上得 0 分】

1	AB	2	E
---	----	---	---

二、填充題【共 11 格，每格 6 分，需全對才給分，共 66 分】

1	2	3	4	5	6
$21 < k < 34$	$x - 3y + 11 = 0$	$(2, 2)$	$x = 4$ 及 $4x - 3y - 1 = 0$	$20\sqrt{6}$	$7x - 6y - 19 = 0$
7	8	9	10	11	
5	$\sqrt{77}$	$\frac{-16}{25}$	$\frac{16}{3}\pi + 2\sqrt{3}$	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	

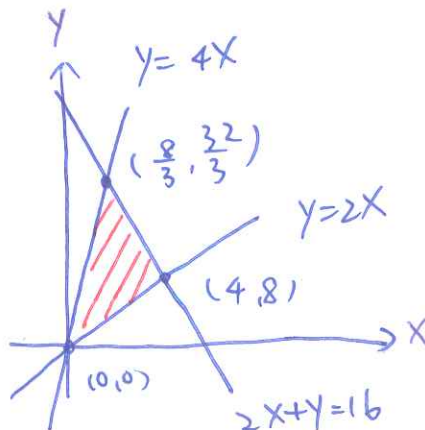
三、計算題 14 分

1、森森大飯店每個月有可用資金四十萬元，現在要對外招募廚師以及學徒若干。經過討論後決定一名廚師每個月給薪 5 萬元，一名學徒每個月給薪 2 萬 5 千元，且為了維持烹飪水準，飯店規劃一名廚師帶領 2 至 4 名學徒。根據市場調查結果，一名廚師每個月可創造 7 萬元的業績，一名學徒每個月可創造 5 萬元的業績。森森大飯店應招募廚師與學徒各 x 與 y 人，才得以創造每個月的最大業績 k 萬元。

- (1) 請列出限制式 (4 分，少一個條件扣 1 分)
- (2) 請畫出限制式之圖解及頂點 (4 分，頂點少一個扣 1 分，斜線區域)
- (3) 試求數對 (x, y, k) (6 分)

Ans : (1)
$$\begin{cases} x \geq 0, x \in Z \\ y \geq 0, y \in Z \\ 2x + y \leq 16 \\ 2x \leq y \leq 4x \end{cases}$$

(2)



(3) $(3, 10, 71)$