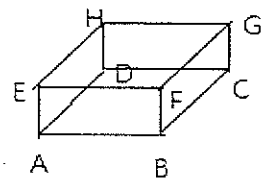


國立武陵高級中學 105 學年度第一學期高二自然組期末考數學科試題

一、填充題(每題 6 分，共 66 分)

- 座標平面上有兩個同心圓 C_1 、 C_2 ，圓 C_1 上有 $A(1,2)$ ， $B(7,-2)$ 兩點，圓 C_2 上有 $C(4,5)$ ， $D(-6,-1)$ 兩點，則此兩同心圓圓心座標為_____
- 設 $A(3, 2, -4)$ ， $B(1, 1, -2)$ ， $C(7, -2, -6)$ ，在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 之內角角平分線交 \overline{BC} 於 D ，求 D 點之坐標 _____
- 求過 $(4, 4)$ 與圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 相切的直線方程式。_____
- 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形 $ABCD$ 及其內部，其中 $A(4, 0)$ ， $B(8, 10)$ ， $C(6, 14)$ ， $D(2, 6)$ 為坐標平面上的四個點，若目標函數 $k = ax + by - 72$ 在四邊形 $ABCD$ 的邊界上一點 $(7, 12)$ 有最大值 58，求目標函數的最小值為_____
- 坐標平面上圓 $C: x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ ，及 $A(3, 6)$ 、 $B(0, 10)$ ， P 為圓 C 上之動點，求 $\triangle ABP$ 面積的最大值為 _____

- 長方體 $ABCDEFGH$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{AE} = 1$ ， E 到 \overline{BD} 之距離為_____



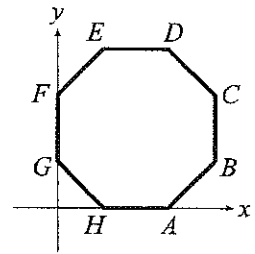
- 坐標平面上有一三角形球檯，其頂點坐標分別為 $O(0, 0)$ ， $A(8, 0)$ ， $B(0, 4)$ 。一球自 $P(1, 1)$ 先撞至 \overline{OA} 邊上一點 Q ，經反彈再碰至 \overline{AB} 邊上一點 R ，最後又回到 P 點，則球所經過之路徑總長為 _____

- 坐標平面上有一正方形 $ABCD$ ，已知對角兩點為 $A(2, 1)$ ， $C(8, 3)$ ，若直線

$L: mx - y - 6m - 11 = 0$ 與正方形恰交於兩點，則實數 m 的範圍為 _____

9. 求過 $A(1, 1)$ 、 $B(2, 2)$ 兩點且與 x 軸相切的圓方程式_____

10. 已知線性規劃的可行解區域為正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部 (如右圖)。若目標函數 $2ax+3y-2$ 的最大值只發生在 D 點，則目標函數 $ax-3y+4$ 的最大值會發生在圖上的哪個點？



11. 已知一圓圓心為 $(b, -5)$ ，半徑為 $3\sqrt{5}$ 。今過圓上一點 $(-1, a)$ 作圓之切線，得切線方程式為 $L: x-2y+c=0$ 。若 a 、 b 、 c 均為正數，求 $a+b+c=$ _____

二、計算題組(第一題 8 分、第二題 10 分，共 18 分)

1. 某航空公司想利用 A 、 B 兩型飛機飛航一新航線， A 型飛機每天可載 50 名乘客， B 型飛機每天可載 80 名乘客； A 型飛機每架需要有 2 名技師維修， B 型飛機每架也需要有 2 名技師維修； A 型飛機每架 4 億元， B 型飛機每架 9 億元。若該航線每日最少需載客 400 名，而基於營運成本考量，最多只能聘用 12 名技師，問該公司要買 A 型飛機_____架、 B 型飛機_____架最為省錢_____億元，且又符合需要？(無計算過程，不予計分)

假設購買 A 型飛機 x 架、 B 型飛機 y 架

- | | |
|-------------------------------|-------------------|
| (1) 請列出 x, y 的二元一次不等式組(2 分) | (2) 請畫出可行解區域(2 分) |
|-------------------------------|-------------------|

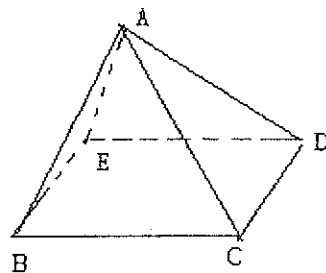
(3) 列出目標函數(1 分)

(4) 求最佳解(3 分)

2. (2)(4)(5)需有計算過程，否則不予計分(每題各2分)

A. 右圖(一)為一金字塔 A-BCDE，四邊形 BCDE 為一邊長為 2 之正方形，其側面為四個等腰三角形，腰長為 $\sqrt{3}$ ，則

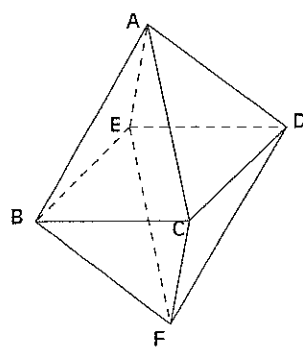
- (1) 這金字塔中互為歪斜的稜共有 _____ 對
 (2) 側面 ABC 與底面 BCDE 所夾的兩面角為 _____ 度



(一)

B. 將兩個一樣的(圖一)金字塔底部與底部相黏起來，會形成一個八面體(如圖二)A-BCDE-F，則

- (3) 直線 AB 與直線 DF 的關係為 _____
 (4) $\cos(\angle ABF) =$ _____



(二)

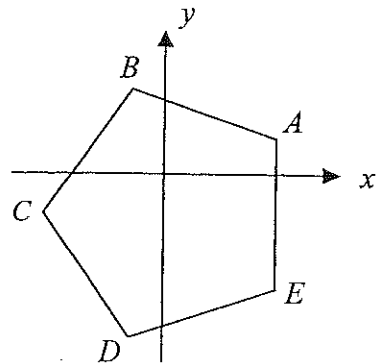
- (5) 八面體的體積為 _____

$$\left(\text{錐體體積} = \frac{1}{3} \text{柱體體積} = \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高} \right)$$

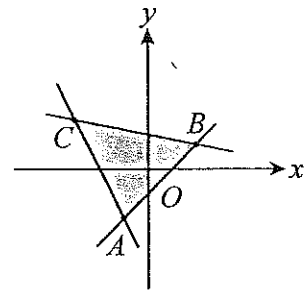
三、多重選擇題(每題 8 分，錯一個得 5 分、錯兩個得 2 分、錯三個以上不給分，共 16 分)

1. 右圖為一個正五邊形，其中 \overline{AE} 平行 y 軸，並分別以 m_1, m_2, m_3, m_4 表示直線 AB、直線 BC、直線 CD、直線 DE 的斜率，試問下列敘述何者正確？ _____

- (1) 在 m_1, m_2, m_3, m_4 四數中，以 m_1 為最小
 (2) $m_1 = -m_4$
 (3) $m_1 \cdot m_2 < -1$
 (4) 將 A、B、C、D、E 五個點的坐標 (x, y) 分別代入 $5 - 2x + y$ ，則將 B 點代入會有最大值
 (5) 承(4)將 A 點代入的值比 D 點代入的值大



2. 坐標平面上，根據方程式 $x+5y-7=0$ ， $2x+y+4=0$ ， $x-y-1=0$ 畫出圖中三條直線(如右圖)，下列敘述何者正確?



_____ (1) \overleftrightarrow{AC} 之直線方程式為 $x+5y-7=0$

(2) $\triangle ABC$ 內部(含邊界)可以用不等式組 $\begin{cases} x+5y-7 \leq 0 \\ 2x+y+4 \geq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \end{cases}$ 來表示

(3) 若 (x, y) 在 $\triangle ABC$ 內部(含邊界)，則 $\frac{y-2}{x-2}$ 之最大值不存在

(4) 若 (x, y) 在 $\triangle ABC$ 內部(含邊界)，則 $x^2+y^2-4x-4y \geq -7$

(5) 若 (x, y) 在 $\triangle ABC$ 內部(含邊界)，則 x, y 均為整數解的點(格子點)有 13 個

國立武陵高級中學 105 學年度第一學期高二自然組期末考數學科答案卷

一、填充題(每題 6 分，共 66 分) 班級:姓名:座號:

| | | |
|-----------------|----------------------------|---|
| 1. $(2, -3)$ | 2. $(3, 0, \frac{-10}{3})$ | 3. $y-4 = \frac{3}{4}(x-4)$ 或 $x=4$ |
| 4. -32 | 5. $\frac{55}{2}$ | 6. $\frac{13}{5}$ |
| 7. $2\sqrt{10}$ | 8. $m > 7$ 或 $m < -3$ | 9. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 或 $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 25$ |
| 10. A | 11. 6 | |

若多算幾分給3分

二、計算題組(第一題 8 分、第二題 10 分，共 18 分)

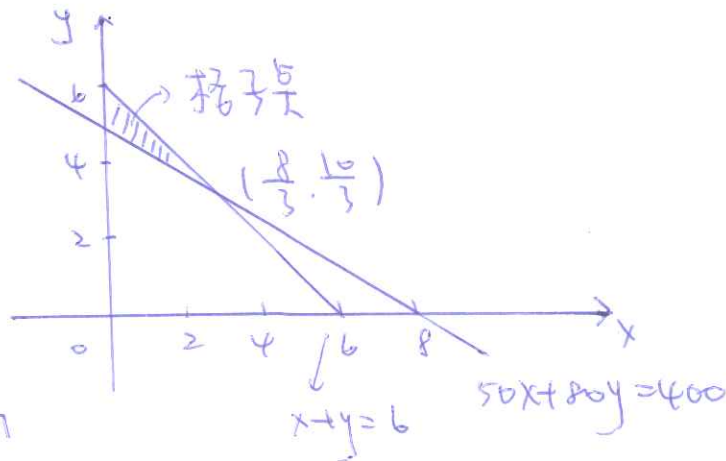
1. 某航空公司想利用 A、B 兩型飛機飛航一新航線，A 型飛機每天可載 50 名乘客，B 型飛機每天可載 80 名乘客；A 型飛機每架需要有 2 名技師維修，B 型飛機每架也需要有 2 名技師維修；A 型飛機每架 4 億元，B 型飛機每架 9 億元。若該航線每日最少需載客 400 名，而基於營運成本考量，最多只能聘用 12 名技師，問該公司要買 A 型飛機 _____ 架、B 型飛機 _____ 架最為省錢 _____ 億元，且又符合需要？(無計算過程，不予計分)

假設購買 A 型飛機 x 架、B 型飛機 y 架

(1) 請列出 x, y 的二元一次不等式組(2 分)

$$\begin{cases} 50x + 80y \geq 400 \\ 2x + 2y \leq 12 \\ x, y \geq 0 \text{ 且 } \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

(2) 請畫出可行解區域(2 分)



(3) 列出目標函數(1 分) $4x + 9y$ min

(4) 求最佳解(3 分) $(2, 4)$ $(1, 5)$ $(0, 5)$ 45
44 49 $(0, 6)$ 54

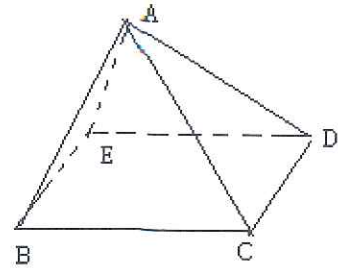
若而比較 $(1, 5)$ $(0, 5)$
扣 1 分

要買 A 型飛機 2 架、B 型飛機 4 架最為省錢 44 億元，且又符合需要

2. (2)(4)(5)需有計算過程，否則不予計分(每題各2分)

A. 右圖(一)為一金字塔 A-BCDE，四邊形 BCDE 為一邊長為 2 之正方形，其側面為四個等腰三角形，腰長為 $\sqrt{3}$ ，則

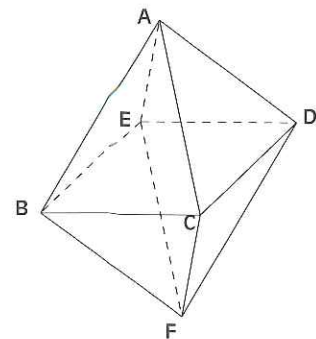
- (1) 這金字塔中互為歪斜的稜共有 8 对
 (2) 側面 ABC 與底面 BCDE 所夾的兩面角為 45 度



(一)

B. 將兩個一樣的(圖一)金字塔底部與底部相黏起來，會形成一個八面體(如圖二)A-BCDE-F，則

- (3) 直線 AB 與直線 DF 的關係為 平行
 (4) $\cos(\angle ABF) =$ $\frac{1}{3}$



(二)

- (5) 八面體的體積為 $\frac{8}{3}$
 (錐體體積 = $\frac{1}{3}$ 柱體體積 = $\frac{1}{3} \times$ 底面積 \times 高)

三、多重選擇題(每題8分，錯一個得5分、錯兩個得2分、錯三個以上不給分，共16分)

| | |
|-------------|-------------------|
| 1. <u>2</u> | 2. <u>2, 3, 5</u> |
|-------------|-------------------|