

## 國立武陵高級中學 104 學年度第二學期高二社會組期末考數學試題

範圍：第四章 二次曲線

一、多重選擇題：每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

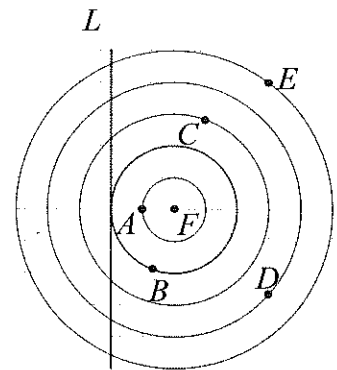
( ) 1. 已知  $\sqrt{(x+4)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x+4)^2 + (y+1)^2} = 10$  的圖形是一個橢圓，判斷下列哪些選項正確？

(1) 中心為  $(4, -1)$                       (2) 長軸長為 10                      (3) 短軸長為 4(4)  $(-4, -4)$  為一頂點                      (5)  $(-4, 3)$  為一焦點

( ) 2. 如圖一，所有圓均是以  $F$  為圓心的同心圓，則下列哪些點在以  $F$  為焦點， $L$  為準線的拋物線上？

(1)  $A$    (2)  $B$    (3)  $C$    (4)  $D$    (5)  $E$ 

( ) 3. 設  $F_1(5, 3)$ ， $F_2(-3, 3)$ ，且圖形  $\Gamma$  上的動點  $P$  滿足  $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = k$ 。下列哪些選項中的  $k$  值，可使得  $\Gamma$  是一個雙曲線？

(1) 4   (2)  $\sqrt{31}$    (3) 8   (4)  $\sqrt{111}$    (5) 12。

(圖一)

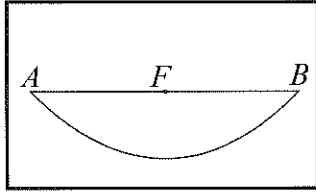
二、填充題：共 66 分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	10	20	28	36	44	50	54	58	62	64	66

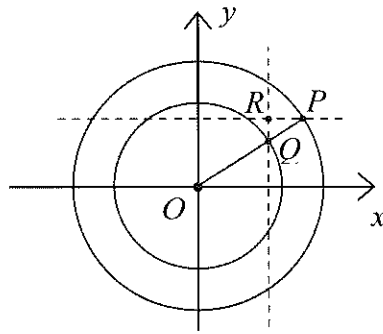
1. 求頂點  $(-3, 4)$  與焦點  $(-3, 1)$  的拋物線方程式為\_\_\_\_\_2. 橢圓  $\frac{(x+1234567)^2}{16} + \frac{(y-987789)^2}{6} = 1$  的正焦弦長為\_\_\_\_\_3. 已知實軸與共軛軸等長的雙曲線其中心為  $(1, -3)$ ，焦點為  $(5, -3)$ ，試求此雙曲線的方程式為\_\_\_\_\_ (以標準式表示)4. 求對稱軸平行  $x$  軸，且通過  $(-3, -4)$ ， $(1, 0)$ ， $(0, 2)$  三點的拋物線方程式為\_\_\_\_\_5. 地球繞太陽的軌道是以太陽為焦點的橢圓，若此橢圓近日點與遠日點和太陽的距離分別為  $u$  與  $v$ ，且  $u$  與  $v$  的幾何平均數  $\sqrt{uv}$  恰為太陽與橢圓中心的距離，試求比值  $\frac{u}{v} =$ \_\_\_\_\_

6. 當  $k$  的範圍是\_\_\_\_\_時，方程式  $\frac{(x-1)^2}{-7-k} + \frac{(y+2)^2}{k^4} = 1$  所成的圖形為雙曲線

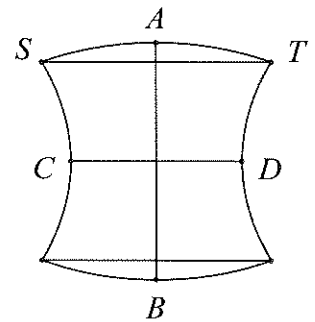
7. 以雙曲線  $\Gamma: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$  的頂點為焦點，且以  $\Gamma$  之焦點為頂點的橢圓方程式為\_\_\_\_\_



(圖二)



(圖三)



(圖四)

8. 如圖二，晴晴在玩厚紙板作成的翻翻書時，發現某一頁有個碗形的空洞，便從抽屜中拿一堆爸爸教學用的菱形板欲置入其中。設此碗形的曲線為一拋物線，而  $\overline{AB}$  恰為過其焦點  $F$  的正焦弦，且  $\overline{AB} = 16$ 。若晴晴置入菱形板時會將一頂點固定在  $F$  處，則此菱形的邊長為\_\_\_\_\_時，會使菱形的其他三個頂點恰落在拋物線上

9. 如圖三，在坐標平面上以原點為圓心作半徑分別為 2 與 3 的同心圓，設  $P$  為大圓上的動點，連接  $\overline{OP}$  與小圓相於  $Q$ ，再分別過  $P$  與  $Q$  作水平線與鉛直線且相交於  $R$ ，若已知將  $P$  繞大圓旋轉一圈後  $R$  點的軌跡為一橢圓，試求此橢圓兩焦點之間的距離為\_\_\_\_\_

10. 在長軸與短軸長分別為 10 與 8 的橢圓中， $O$  為橢圓的中心， $A$ 、 $B$  為橢圓上兩動點，試求  $\triangle OAB$  的最大面積為\_\_\_\_\_

11. 圖四為一 Logo 設計圖，上下兩曲線為橢圓  $\Gamma_1$  的一部份，左右兩曲線是由兩條準線均為直線  $\overline{AB}$  的拋物線  $\Gamma_2$  與  $\Gamma_3$  所構成，另  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  互相垂直平分且為此 Logo 的兩對稱軸。已知  $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{ST} = 8$ ，且  $\Gamma_2$  與  $\Gamma_3$  的焦點恰為  $\Gamma_1$  的兩個焦點，若  $\overline{AB}$  長為  $\sqrt{k}$ ，則  $k$  之值為\_\_\_\_\_

### 三、計算證明題：共 10 分

1. 雙曲線方程式為  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1$ ，試問：

- (1) 畫出雙曲線與其兩條漸近線的圖形，並標示頂點、焦點坐標 (3 分)
- (2) 求兩漸近線方程式 (2 分)
- (3) 證明此雙曲線上任意一點  $P$  至兩漸近線距離的乘積為定值 (5 分)

# 國立武陵高級中學 104 學年度第二學期高二社會組期末考數學解答卷

範圍：第四章 二次曲線

一、多重選擇題：每題 8 分，共 24 分

(錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答則得 0 分)

1.	2.	3.
(2)(4)(5)	(1)(3)(5)	(1)(2)

二、填充題：共 66 分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	10	20	28	36	44	50	54	58	62	64	66

1. $(x+3)^2 = -12(y-4)$	2. 3	3. $\frac{(x-1)^2}{8} - \frac{(y+3)^2}{8} = 1$	4. $y^2 + 4x - 4 = 0$
5. $3 - 2\sqrt{2}$	6. $k > -7$ 但 $k \neq 0$	7. $\frac{x^2}{41} + \frac{y^2}{25} = 1$	8. 6
9. $2\sqrt{5}$	10. 10	11. $32\sqrt{7} - 16$	

三、計算證明題：共 10 分

1. 雙曲線方程式為  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1$ ，試問：

- (1) 畫出雙曲線與其兩條漸近線的圖形，並標示頂點、焦點坐標 (3 分)
- (2) 求兩漸近線方程式 (2 分)
- (3) 證明此雙曲線上任意一點  $P$  至兩漸近線距離的乘積為定值 (5 分)

(1) 如圖

(2)  $L_1: 3x - 5y = 0$  與  $L_2: 3x + 5y = 0$

(3) 略

