國立武陵高級中學 104 學年度第二學期第一次期中考高二社會組數學科試題卷

範圍:1-1~2-1　　　　　　　　　　　二年____班____號 姓名________________

一、多重選擇題（每題 7 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 1 分，錯 3 個選項以上得 0 分）

1. 在空間中，下列敘述何者正確？
 （1）通過相異三點之平面恰有一個。
 （2）若直線$\overleftrightarrow{AB}$與直線$\overleftrightarrow{CD}$歪斜，則直線$\overleftrightarrow{AC}$與直線$\overleftrightarrow{BD}$也歪斜。
 （3）若直線 L 垂直平面 E，則包含 L 之每一平面均垂直平面 E。
 （4）設三條相異直線 L_1、L_2、L_3，若 L_1 與 L_2 歪斜，L_2 與 L_3 歪斜，則 L_1 與 L_3 歪斜。
 （5）若直線$\overleftrightarrow{AB}$交平面 E 於 B 點，且 E 上有一直線$\overleftrightarrow{BC}$垂直直線$\overleftrightarrow{AB}$，則直線$\overleftrightarrow{AB}$垂直平面 E。

2. 已知兩向量 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{OA}=(2,1,2)$、$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{OB}=(3,-4,0)$，試問下列敘述何者正確？
 （1）若 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ，則 $\cos\theta=\dfrac{2}{15}$。
 （2）若 $x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}=2\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$，則 $x=2$、$y=-3$。
 （3）ΔOAB 面積為 $\dfrac{1}{2}\sqrt{221}$。
 （4）若 $P\in\overline{AB}$，且 $\overline{PA}:\overline{PB}=2:3$，則 $\overrightarrow{OP}=(0,11,6)$。
 （5）$\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 上的正射影為 $(\dfrac{6}{5},\dfrac{-8}{5},0)$。

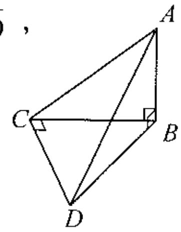
3. 空間坐標系中有一正立方體，其中四個頂點分別為 $(-1,-\sqrt{2},0)$、$(3,-\sqrt{2},0)$、$(3,3\sqrt{2},0)$、$(-1,3\sqrt{2},0)$，則下列哪些點也為此正立方體的頂點？
 （1）$(3,\sqrt{2},2\sqrt{2})$　（2）$(3,\sqrt{2},0)$　（3）$(-1,\sqrt{2},0)$　（4）$(-1,\sqrt{2},2\sqrt{2})$
 （5）$(-1,\sqrt{2},-2\sqrt{2})$。

二、填充題（共 63 分）

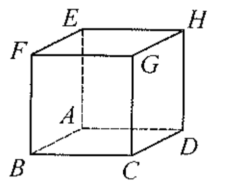
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得　　分	10	20	28	35	42	48	53	57	60	63

1. 設空間中一個四面體 $ABCD$，$\overline{AB}$ 垂直平面 BCD，$\overline{BC}\perp\overline{CD}$，且 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$，

 若 $\overline{AC}=6$，則 $\overline{AD}=$____(1)____。



2. 設正立方體 $ABCD-EFGH$ 各邊長為 1，若對角線 $\overline{AG}$ 與 $\overline{CE}$ 的一個夾角為 θ，則 $\sin\theta=$____(2)____。



3. 正四面體 $ABCD$ 的稜長為 6，若 M 為 $\overline{BC}$ 中點，則內積 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AD}=$____(3)____。

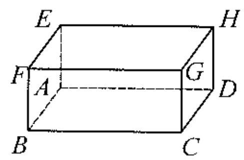
4. 已知 $\overrightarrow{a}=(x,y,z)$、$\overrightarrow{b}=(-1,1,5)$，若 $x^2+y^2+z^2=3$，則內積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ 的最大值為____(4)____。

5. 一線段 $\overline{AB}$ 之長為 7，若此線段在 xz 平面、yz 平面上之投影長分別為 $\sqrt{40}$、$\sqrt{45}$，則此線段在 xy 平面上之投影長為____(5)____。

6. 一平面與平面 $E:x-2y+2z+6=0$ 平行，且與 E 距離為 3，且 x 截距為正數，若此平面方程式為 $x+ay+bz+c=0$，則 $a+b+c=$____(6)____。

7. 設平面 E 與二平面 $E_1:x+2y+3z-1=0$、$E_2:x+y+2z-3=0$ 都垂直，且平面 E 在 x、y、z 軸上的截距之和為 -10，則平面 E 的方程式為____(7)____。

8. 已知一長方體 $ABCD-EFGH$，$\overline{AB}=2$、$\overline{BC}=3$、$\overline{BF}=1$，則四面體 $AFCH$ 之體積為____(8)____。（四面體體積 $=\frac{1}{3}\times$底面積×高）

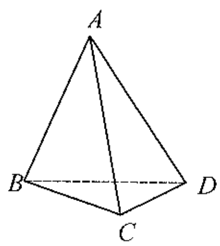


9. 已知平面 $E:3x+ay+bz+c=0$ 為一鏡面，今有一光線直線通過點 $A(3,1,-1)$，經鏡面 E 上一點 $B(1,2,-2)$ 反射後，朝向點 $C(2,4,-1)$ 的方向直線前進，則 $a+b+c=$____(9)____。

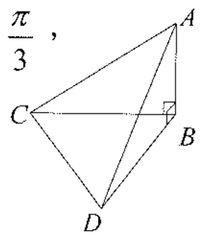
10. 將 $\overline{AB}=2$、$\overline{BC}=1$ 的矩形 $ABCD$ 沿對角線 $\overline{BD}$ 折起，使平面 BCD 與平面 ABD 的二面角大小為 120^0，此時 $\overline{AC}=$____(10)____。

三、計算證明題（共 16 分）（請寫完整過程，否則不予計分）

1. A、B、C、D 為正四面體的四個頂點：（1）試證明 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$。（4 分）
（2）若 $\overline{AB}=6$ 且 $\overline{AH}$ 垂直平面 BCD 於 H，則 $\overline{AH}=$？（4 分）



2. 在四面體 $ABCD$ 中，設 $\overline{AB}=2$、$\overline{BC}=\overline{BD}=4$、$\angle ABC=\angle ABD=\frac{\pi}{2}$、$\angle CBD=\frac{\pi}{3}$，
（1）若 θ 為 ΔACD 與 ΔBCD 所在兩平面的銳角夾角，則 $\tan\theta=$？（4 分）
（2）若 G 為 ΔACD 的重心，則 $\overline{BG}=$？（4 分）



國立武陵高級中學 104 學年度第二學期第一次期中考高二社會組數學科答案卷

範圍:1-1~2-1　　　　二年____班____號 姓名________________

一、多重選擇題（每題 7 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 1 分，錯 3 個選項以上得 0 分）

(1) 23	(2) 123	(3) 145

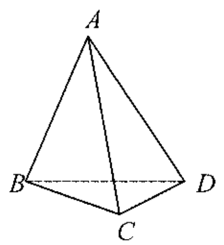
二、填充題（共 63 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得　分	10	20	28	35	42	48	53	57	60	63

(1) $3\sqrt{6}$	(2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$	(3) 18	(4) 9	(5) $\sqrt{13}$
(6) -3	(7) $x+y-z=-10$	(8) 2	(9) 2	(10) $\frac{\sqrt{105}}{5}$

三、計算證明題（共 16 分）（請寫完整過程，否則不予計分）

1. A、B、C、D 為正四面體的四個頂點：（1）試證明 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$。（4 分）
（2）若 $\overline{AB}=6$ 且 $\overline{AH}$ 垂直平面 BCD 於 H，則 $\overline{AH}=$？（4 分）



（1）（參考證明）

令正四面體邊長為 a

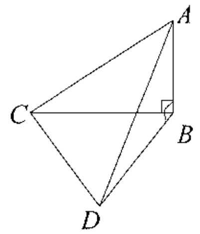
$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{2}=0$$

（2）$2\sqrt{6}$

2. 在四面體 $ABCD$ 中，設 $\overline{AB}=2$、$\overline{BC}=\overline{BD}=4$、$\angle ABC=\angle ABD=\frac{\pi}{2}$、$\angle CBD=\frac{\pi}{3}$，

（1）若 θ 為 ΔACD 與 ΔBCD 所在兩平面的銳角夾角，則 $\tan\theta=$？（4 分）

（2）若 G 為 ΔACD 的重心，則 $\overline{BG}=$？（4 分）



（1）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　（2）$\frac{2\sqrt{13}}{3}$