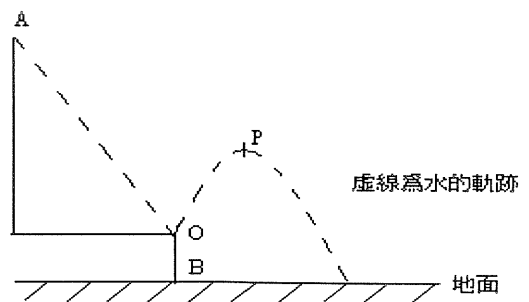


國立武陵高中 103 學年度第二學期期末考高二社會組數學試題

一、填充題(每題 6 分，共 66 分)

1. 一橢圓之一焦點為 $(-1, 5)$ ，短軸在 $x=2$ 上，且短軸長為 8，求此橢圓標準式 _____
2. 設直線 $L: x+1=0$ ， $F(3, -1)$ ，在 L 上任取一點 Q ，過點 Q 作直線 L 的垂線 N ，再作 \overline{QF} 的中垂線交直線 N 於 P ，則所有 P 點所成的圖形方程式為 _____。(以標準式表示)
3. 橢圓兩焦點為 $(0, -1)$ ， $(0, -9)$ ，且正焦弦長為 12 的橢圓標準式為 _____
4. 雙曲線兩焦點為 $(-2, 0)$ 、 $(-2, 20)$ ，一漸近線斜率為 $\frac{-3}{4}$ ，則雙曲線標準式為 _____
5. 拋物線 $\Gamma: y^2 - 4y + 4x - 4 = 0$ 上有兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 且 \overline{AB} 過焦點 F ，已知 $\overline{AB} = 16$ ，試問 $x_1 + x_2 =$ _____
6. 一雙曲線的兩焦點與橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{25} = 1$ 的兩焦點相同，且點 $P(0, 1)$ 在雙曲線上，則此雙曲線的標準式為 _____
7. 橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 以原點為中心伸縮 $k(k > 0)$ 倍後，恰與圓 $x^2 + y^2 = 16$ 交於兩點，則 $k =$ _____

8. 石門水庫洩洪，水從壩頂 A 往下流，碰到壩底 O 水彈起來，彈起的水軌跡呈拋物線狀(如圖)，最高點 P 離地面 6 公尺， \overline{OB} 垂直地面，最後水掉落在地面以 B 為圓心、10 公尺為半徑的圓上，點 P 與直線 OB 的距離為 4 公尺，試問 \overline{OB} 的高度為 _____ 公尺

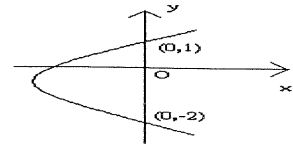


9. 雙曲線 $x^2 - y^2 = 8$ ，兩焦點 F_1, F_2 ，弦 \overline{AB} 通過 F_1 ，且 $\overline{AB} = 8$ ，則 $\triangle ABF_2$ 的周長為 _____
10. 一動圓 C' 與圓 $C: x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ 外切且與直線 $L: x + 2 = 0$ 相切，則此動圓 C' 的圓心所成的圖形軌跡方程式為 _____
11. 動點 P, Q 分別在直線 $x - y - 6 = 0$ 和橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上，則 \overline{PQ} 的最小值為 _____

二、是非題(對的畫"0"、錯的畫"X"，每題 2 分、共 18 分)

1. _____ 座標平面上， $\frac{|x+y+1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2}$ 的圖形為拋物線
2. _____ 若 $\frac{x^2}{k+3} + \frac{y^2}{3-k} = 1$ 的圖形為橢圓，則 k 的範圍為 $-3 < k < 3$ ；反之亦成立

3. _____ 平面上方程式 $16x^2 - 25y^2 - 32x - 50y - 9 = 0$ 的圖形為雙曲線
4. _____ 一橢圓 Γ 的兩焦點為 $(2, 2)$ 、 $(3, 4)$ ，長軸長為 8，則原點 $(0, 0)$ 在 Γ 的內部
5. _____ 平面上雙曲線 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$ 與直線 $y = 2x + 0.0005$ 有兩相異交點
6. _____ 右圖為 $x = ay^2 + by + c$ 的圖形，則 a, b, c 三數相乘的積為負數

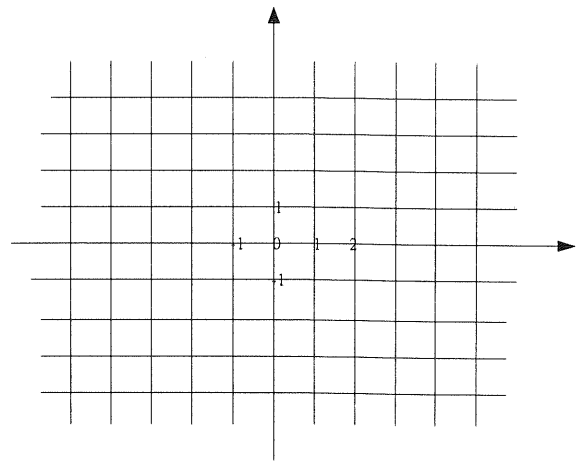


7. _____ 圓 $C: x^2 + y^2 = 100$ ，動圓 C' 恆過 $A(8, 0)$ 且與圓 C 相切，若圓 C' 之圓心為 P ，則 P 點軌跡圖形為橢圓，其焦點為 $(0, 0), (8, 0)$
8. _____ 一橢圓 $\Gamma: \sqrt{(x-6)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-8)^2} = 20$ ，則 $(-3, 12)$ 為長軸上的一個頂點
9. _____ 設 $A(-4, 5)$ 、 $B(-6, 1)$ 為平面上兩定點，則拋物線 $\frac{|2x-y|}{\sqrt{5}} = \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2}$ 的圖形上，恰有一點 P ，使得 $\overline{PA} = \overline{PB}$

三、計算證明題(每題 8 分，共 16 分)

1. 一雙曲線 Γ 之兩焦點為 $F_1(\sqrt{8}, 0)$ 、 $F_2(-\sqrt{8}, 0)$ ，且過 $P(2\sqrt{2}, 2)$ ，

- (1) 此雙曲線 Γ 標準式為 _____ (5%) (2) 請在方格子中畫出 Γ 的漸近線及 Γ (3%)



2. (1) 橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的兩焦點為 $F_1(c, 0)$ 、 $F_2(-c, 0)$ ，若 $P(x_0, y_0) \in \Gamma$ ，

試證明： $\overline{PF_1} = a - \frac{c}{a}x_0$ 。(5%)

- (2) 設橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上有一點滿足 $\overline{PF_1} : \overline{PF_2} = 2 : 3$ (其中 F_1, F_2 為橢圓的兩焦點且 F_1 在 F_2 的右側)，求 P 點坐標。(3%)

國立武陵高中 103 學年度第二學期期末考高二社會組數學答案卷

班級： 姓名：座號：

一、填充題(每題 6 分，共 66 分)

1. $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$	2. $(y+1)^2 = 8(x-1)$	3. $\frac{x^2}{48} + \frac{(y+5)^2}{64} = 1$
4. $\frac{(x+2)^2}{-64} + \frac{(y-10)^2}{36} = 1$	5. -10	6. $\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{16} = 1$
7. $\frac{4}{3}, 2$	8. $\frac{10}{3}$	9. $16 + 8\sqrt{2}$
10. $y^2 = 16x$	11.	

二、是非題(對的畫"0"、錯的畫"X"，每題 2 分、共 18 分)

1. X	2. X	3. X	4. 0	5. X
6. 0	7. 0	8. 0	9. 0	

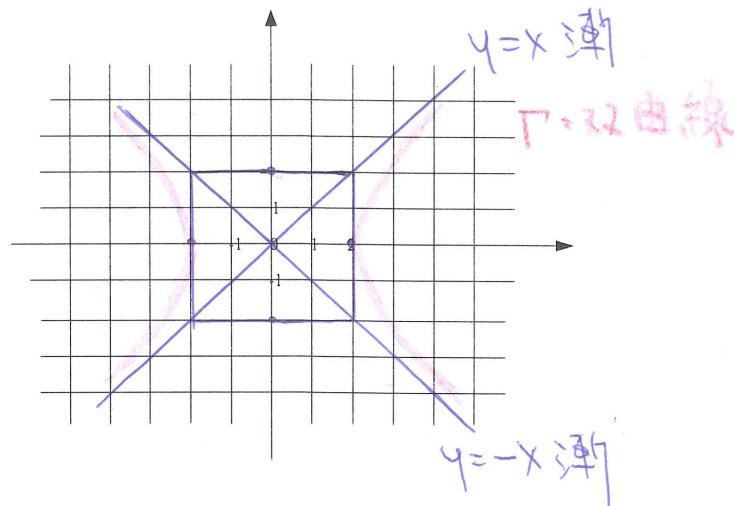
三、計算證明題(每題 8 分，共 16 分)

1. 一雙曲線 Γ 之兩焦點為 $F_1(\sqrt{8}, 0)$ 、 $F_2(-\sqrt{8}, 0)$ ，且過 $P(2\sqrt{2}, 2)$ ，

(1) 此雙曲線 Γ 標準式為 (5%)

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$$

(2) 請在方格子中畫出 Γ 的漸近線及 Γ (3%)



2.

$$P\left(\frac{5}{3}, \pm \frac{8\sqrt{2}}{3}\right)$$