國立武陵高中 103 學年(下)二年級自然組數學科期末考
範圍：第四冊 第四章 題目卷

一、填充題：(每題 6 分，共 60 分)

1. 設直線 L： $x+1=0$ ， $F(3,-1)$，在 L 上任取一點 Q，過點 Q 作直線 L 的垂線 N，再作 $\overline{QF}$ 的中垂線交直線 N 於 P，則所有 P 點所成的圖形方程式為____________。(以標準式表示)

2. 橢圓的一焦點為 $F(-3,2)$ ，短軸一端點為 $B(1,-1)$ ，長軸平行 x 軸，則橢圓的方程式為____________。(以標準式表示)

3. 中心在原點，一焦點為 $(\sqrt{5},0)$ ，一漸近線方程式為 $y=\frac{3}{4}x$ 的雙曲線方程式為____________。(以標準式表示)

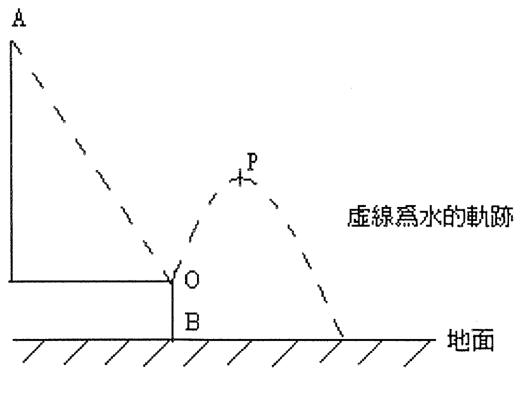
4. 一雙曲線的兩焦點與橢圓 $\Gamma:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{25}=1$ 的兩焦點相同，且雙曲線的正焦弦長是 32，則此雙曲線的方程式為____________。(以標準式表示)

5. 一動圓 C' 與圓 C：$x^2+y^2+8x+12=0$ 內切且與直線 L：$x-2=0$ 相切，則此動圓 C' 的圓心所成的圖形方程式為____________。(以標準式表示)

6. 雙曲線 $x^2-y^2=8$ ，兩焦點 F_1,F_2 ，弦 $\overline{AB}$ 通過 F_1 ，且 $\overline{AB}=8$ ，則 ΔABF_2 的周長為____________。

7. 橢圓 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 以原點為中心伸縮 k $(k>0)$ 倍後，恰與圓 $x^2+y^2=16$ 交於兩點，則 k 之值為____________。

8. 石門水庫洩洪，水從壩頂 A 往下流，碰到壩底 O 水彈起來，彈起的水軌跡呈拋物線狀(如圖)，最高點 P 離地面 6 公尺，$\overline{OB}$ 垂直地面，最後水掉落在地面以 B 為圓心、10 公尺為半徑的圓上，點 P 與直線 OB 的距離為 4 公尺，試問 $\overline{OB}$ 的高度為________ 公尺。



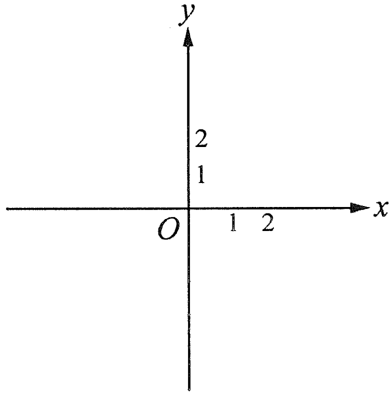
9. 拋物線 Γ ： $y^2-4y+4x-4=0$ 上有兩點 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$且 $\overline{AB}$ 過焦點 F，已知 $\overline{AB}=16$ ，試問 $x_1+x_2=$____________。

10. 動點 P、Q 分別在直線 $x-y-6=0$ 和橢圓 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 上，則 $\overline{PQ}$ 的最小值為____________。

二、計算題：(20 分)

1. (1)試繪出拋物線 $y^2=4x$ 與雙曲線 $(x-1)^2-y^2=1$ 的圖形（請在圖形上標出寫出拋物線的準線方程式、頂點坐標，雙曲線的漸近線方程式、頂點坐標）。(7 分)

   (2)利用(1)作圖結果，說明拋物線 $y^2=4x$ 與雙曲線 $(x-1)^2-y^2=1$ 的圖形交點有幾個？(3 分)



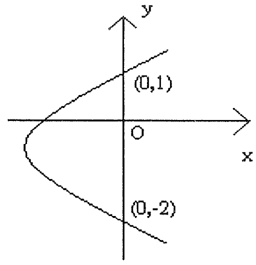
2. (1)橢圓 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的兩焦點為 $F_1(c,0)$, $F_2(-c,0)$ ，若 $P(x_0\,,y_0)\in\Gamma$ ，

   試證明： $\overline{PF_1}=a-\dfrac{c}{a}x_0$ 。(6 分)

   (2)設橢圓 $\Gamma:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 上有一點 P 滿足 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=2:3$（其中 F_1 , F_2 為橢圓的兩焦點且 F_1 在 F_2 的右側），求 P 點坐標。(4 分)

三、是非題：(每題 2 分，共 20 分)

1. 坐標平面上，方程式 $\dfrac{|x+y+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}$ 的圖形是拋物線，焦點坐標為 $(-2,1)$ 。
2. 方程式 $16x^2-25y^2-32x-50y+391=0$ 的圖形為雙曲線，貫軸長為 10。
3. 設 $A(6,0)$，圓 $C:x^2+y^2=64$，則過 A 且與圓 C 相切之所有動圓的圓心軌跡圖形為橢圓，焦點為 $(0,0)$, $(6,0)$ 。
4. 若方程式 $\dfrac{x^2}{k+3}+\dfrac{y^2}{3-k}=1$ 的圖形為橢圓，則 k 的範圍為 $-3<k<3$；反之亦成立。
5. 平面上，雙曲線 $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{8}=1$ 與直線 $y=2x+0.0005$ 有兩相異交點。
6. 右圖為方程式 $x=ay^2+by+c$ 的圖形，則 a,b,c 三數的乘積為正數。



7. 橢圓 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的內接矩形最大面積為 24。
8. 一橢圓 Γ 的兩焦點為(2,2)、(3,4)，長軸長為 8，則原點(0,0)在 Γ 的內部。
9. 設 $A(-4,5)$ 、 $B(-6,1)$ 為平面上兩定點，則拋物線 $\dfrac{|2x-y|}{\sqrt{5}}=\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}$ 的圖形上，恰有一點 P，使得 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 。
10. 平面上，動點 P 至直線 $L:x-y=0$ 之距離與 P 至定點 $A(-a,a)$ 之距離比為 $1:\sqrt{2}$ ，$a\neq 0$ ，令 Γ 表 P 之軌跡圖形，則 Γ 為雙曲線，其貫軸長等於共軛軸長且中心為 $(a,-a)$ 。

國立武陵高中 103 學年(下)二年級自然組數學科期末考
範圍：第四冊 第四章　　　　　　　　　　　　答案卷

班級：____ 座號：____ 姓名：__________

三、是非題：(每題 2 分，共 20 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
X	X	O	X	X	X	O	O	O	O

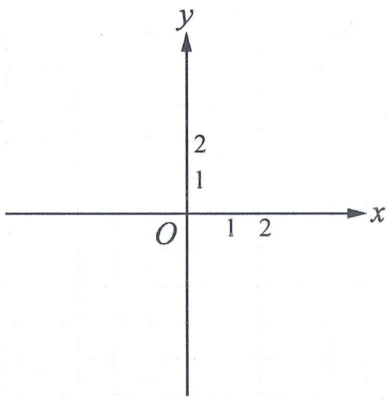
一、填充題：(60 分)

1. $(y+1)^2=8(x-1)$	2. $\dfrac{(x-1)^2}{25}+\dfrac{(y-2)^2}{9}=1$	3. $\dfrac{x^2}{\frac{16}{5}}-\dfrac{y^2}{\frac{9}{5}}=1$
4. $\dfrac{y^2}{1}-\dfrac{x^2}{16}=1$	5. $y^2=-8(x+2)$	6. $16+8\sqrt{2}$

7. $\dfrac{4}{3}$ 或 2	8. $\dfrac{10}{3}$	9. -10	10. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

二、計算題：(20 分)

3. (1) 試於方格紙中繪出拋物線 $y^2=4x$ 與雙曲線 $(x-1)^2-y^2=1$ 的圖形(請在圖形上標出寫出拋物線的準線方程式、頂點坐標，雙曲線的漸近線方程式、頂點坐標)。(7 分)
(下圖方格紙中每格為 1 單位)



(2) 利用(1)作圖結果，說明拋物線 $y^2=4x$ 與雙曲線 $(x-1)^2-y^2=1$ 的圖形交點有幾個？(3 分)

(2) 3 個交點

2. (1)橢圓$\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$的兩焦點為$F_1(c,0)$, $F_2(-c,0)$，若$P(x_0\ ,y_0)\in\Gamma$，

試證明：$\overline{PF_1}=a-\frac{c}{a}x_0$。(6 分)

(2)設橢圓$\Gamma:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$上有一點$P$滿足$\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=2:3$（其中$F_1$, F_2為橢圓的兩焦點且F_1在F_2的右側），求P點坐標。(4 分)