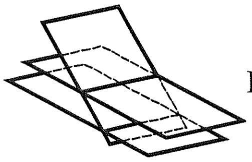
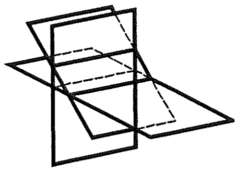
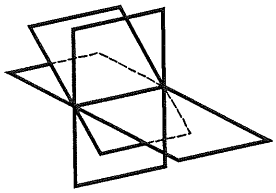
一多重選擇題:每題10分錯一個選項得6分,錯兩個選項得兩分,錯3個以上不給分

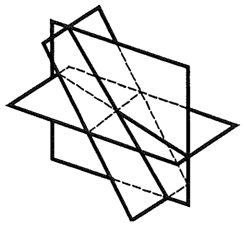
1. 下列敘述何者正確?(A)A為方陣若det(A)≠0,則A的反方陣存在.
(B)若A,B皆為方陣則AB=BA.(C)若A,B皆為轉移矩陣,$\frac{1}{2}(A^2+AB)$仍為轉移矩陣
(D)$A=[a_{ij}]_{m\times n}$, $B=[b_{ij}]_{n\times k}$, $C=[c_{ij}]_{k\times r}$ 則A(B+C)=AB+AC
(E)A,B皆為鏡射矩陣,則AB亦為鏡射矩陣

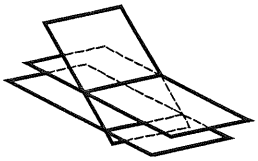
2.下列關於三平面方程式所對應的幾何關係，請問哪些選項是合理的?

(A $\begin{cases}6x+9y-3z=3\\4x-6y+2z=-2\\-2x+3y-z=1\end{cases}$ 

B $\begin{cases}x+3y-z=2\\x+y-2z=4\\2x+4y-3z=5\end{cases}$ 

C $\begin{cases}3x-3y-2z=4\\x+y-z=4\\2x-4y-z=0\end{cases}$ 

(D) $\begin{cases}2x+y-z=4\\x+3y+z=4\\x-y-3z=0\end{cases}$  .

(E) $\begin{cases}6x-9y+3z=2\\4x-6y+2z=3\\2x-3y+z=1\end{cases}$ 

二.填充題:每題7分

1.設$A=\begin{bmatrix}1&0&3\\2&-4&1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}3&-2&1\\2&6&1\end{bmatrix}$，方程式$X+3A=3(X+B)-2A$之解為$X=$__________。

2. 已知矩陣A滿足$\begin{bmatrix}2&1\end{bmatrix}A=\begin{bmatrix}4&-2&3\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}3&-1\end{bmatrix}A=\begin{bmatrix}1&-2&3\end{bmatrix}$,求A=________.

3.已知一實驗室培養兩種菌，令$\{a_n\}$和$\{b_n\}$分別代表兩種培養菌在時間點 n 的數量，彼此有如下的關係：$a_n=-a_{n+1}+b_{n+1}$，$b_n=2a_{n+1}-b_{n+1}$（$n=0$，1，2，…）。

若二階方陣 $A=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$滿足$\begin{bmatrix}a_{n+3}\\b_{n+3}\end{bmatrix}=A\cdot\begin{bmatrix}a_n\\b_n\end{bmatrix}$，求二階方陣 A=________

4.有關矩陣$A=\begin{bmatrix}-1&0\\0&1\end{bmatrix}$，矩陣$B=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2}&-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$求$(ABA)^{20}=$____________ .

5.已知增廣矩陣$\begin{bmatrix}a_1&b_1&c_1&d_1\\a_2&b_2&c_2&d_2\\a_3&b_3&c_3&d_3\end{bmatrix}$所表示的$x$、$y$、$z$的一次方程組之解為$x=-3$，$y=1$, $z=2$則增廣矩陣$\begin{bmatrix}2c_1&a_1&b_1&d_1\\2c_2&a_2&b_2&d_2\\2c_3&a_3&b_3&d_3\end{bmatrix}$所表示$x$、$y$、$z$的一次方程組之解為?__

6. 解方程組 $\begin{cases} x+\ y+\ z=6 \\ 3x+2y-\ z=9 \\ x+3y+2z=10 \\ 2x-\ y+3z=11 \end{cases}$ 。(x, y, z)=________

7. 某城市有甲、乙、丙三家保險公司，根據資料顯示：甲家每年保留 40%的顧客，轉向乙、丙兩家者依次為 40%、20%；乙家每年保留 60%的顧客，轉向甲、丙兩家各為 20%；丙家每年保留 20%的顧客，轉向甲、乙兩家依次為 20%、60%。已知目前甲、乙、丙三家公司的市場占有率各為 20%、20%、60%，且顧客人數不變，試求：
若已知依此慣性，這三家保險公司的市場占有率會形成一個穩定狀態，在此穩定狀態下，這乙家公司的市場占有率。________

8. 有 A, B 兩箱, A 箱中放有 1 白球 1 黑球, B 箱中有 2 白球 1 黑球, 每球被取到的機會均等, 現在每次由各自箱中隨機取一球交換. 求交換 3 次後, A 箱中有兩黑球的機率?__________

9. 圓 $x^2+y^2=4$ 上的點 P(x, y) 先沿 x 軸方向推移 y 座標的 3 倍, 再將其 x 軸座標伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍, y 軸座標伸縮 3 倍, 求變換後新圖形方程式________

三. 計算證明題:

1. 在座標平面上 O 為原點 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ΔOAB 經線性變換 $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 後成 $\Delta O'A'B'$, 其中 $O'(0,0)$, $A'(ax_1+by_1, cx_1+dy_1)$, $B'(ax_2+by_2, cx_2+dy_2)$ 若 ΔOAB 的面積為 Δ, $\Delta O'A'B'$ 的面積為 Δ', 則 $\Delta'=\left\|\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}\right\|\cdot\Delta$　　(7 分)

2. 設 a，b 為實數，利用矩陣的列運算，試就 a, b 討論方程組 $\begin{cases} 5x+3y-z=0 \\ 2x+y+3z=a \\ x+4y+bz=17 \end{cases}$ 的解(何時恰有一解，何時無限多解, 何時無解)？無限多解的解要寫出來.(一定要用矩陣的列運算)　　(10分)

103 學年度第二學期第二次段考　高二自然組試題　　班級:　姓名：　　座號:

答案欄:

一多重選擇題:每題10分錯一個選項得6分,錯兩個選項得兩分,錯3個以上不給分

1.	AC	2.	BCD

二.填充題:每題7分

1.	$\begin{bmatrix}-2 & 3 & 6\\ 2 & -19 & 1\end{bmatrix}$	2.	$\begin{bmatrix}1 & -\frac{4}{5} & \frac{6}{5}\\ 2 & -\frac{2}{5} & \frac{3}{5}\end{bmatrix}$	3.	$\begin{bmatrix}7 & 5\\ 10 & 7\end{bmatrix}$	4.	$\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$	5.	$(1 \quad -3 \quad 1)$
6.	$(3 \quad 1 \quad 2)$	7.	$\frac{11}{20}$	8.	$\frac{23}{216}$	9.	$18x^2-18xy+5y^2=18$		

三.計算證明題:

1. 在座標平面上 O 為原點 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ΔOAB經線性變換$\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$後成$\Delta O'A'B'$, 其中$O'(0,0)$, $A'(ax_1+by_1, cx_1+dy_1)$, $B'(ax_2+by_2, cx_2+dy_2)$若ΔOAB的面積為Δ, $\Delta O'A'B'$的面積為Δ', 則$\Delta'=\left\|\begin{matrix}a & b\\ c & d\end{matrix}\right\|\cdot\Delta$　　（7 分）

2. 設a，b為實數，利用矩陣的列運算，試就a, b討論方程組$\begin{cases}5x+3y-z=0\\ 2x+y+3z=a\\ x+4y+bz=17\end{cases}$的解(何時恰有一解，何時無限多解, 何時無解)？無限多解的解要寫出來.(一定要用矩陣的列運算)　（10分）

答 (1) $b\neq-58$ 恰有一解

(2) $b=-58$　$a\neq-1$ 無解

(3) $b=-58$　$a=-1$ 無限多解 $\begin{cases}x=-3-10t\\ y=5+17t \quad t\in R\\ z=t\end{cases}$