

國立武陵高中 103 學年度第二學期期末考高一數學科試題

一、多選題(每題 5 分，答錯一選項得 3 分，答錯兩選項得 1 分，答錯 3 個或 3 個以上選項得 0 分)

1. 設 A 、 B 、 C 為同一樣本空間中的三事件，且樣本空間的元素個數為有限個，則下列敘述何者正確？
 - (1) 若 $A \neq \emptyset$ ，則 $P(B|A) = P(B) \Leftrightarrow A$, B 為獨立事件
 - (2) 若 A 、 B 為互斥事件，且 A 、 B 均不為空事件，則 A 、 B 為獨立事件
 - (3) 若 A 、 B 、 C 兩兩互為獨立事件，則 A 、 B 、 C 三事件為獨立事件
 - (4) 若 $P(A|B) = 0$ ，則 A 、 B 為互斥事件
 - (5) 若 A 、 B 、 C 為獨立事件，則 $P(A|B \cap C) = P(A|B)$

2. 下列各式中何者正確？

$$(1) C_1^{2n} + C_2^{2n} + C_3^{2n} + \cdots + C_{2n}^{2n} = 2^{2n}$$

$$(2) C_0^{2n} + C_2^{2n} + C_4^{2n} + \cdots + C_{2n}^{2n} > C_1^{2n} + C_3^{2n} + C_5^{2n} + \cdots + C_{2n-1}^{2n}$$

$$(3) C_0^n + 2C_1^n + 4C_2^n + \cdots + 2^n C_n^n = 3^n$$

$$(4) (C_0^n)^2 + (C_1^n)^2 + (C_2^n)^2 + \cdots + (C_n^n)^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (n+k)!}{n!}$$

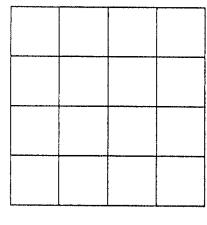
$$(5) C_0^n + \frac{1}{2} C_1^n + \frac{1}{3} C_2^n + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{2^n - 1}{n+1}$$

二、填充題

計分方式

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	32	38	44	50	55	60	65	70

1. 丟一枚骰子，在觀察其出現的結果點數的試驗當中，若 A 為抽中偶數點的事件，則與 A 互斥的事件共有_____個。
2. 某工廠在幫人做代工製品，已知製作出來的成品當中，有部分會送至大賣場，其餘全數會送到其他通路。而根據調查，大賣場的成品當中有 95%都是良品，而其他通路中有 80%是良品。若此工廠生產的商品中，有 90%是良品，則試問此工廠成品中有多少比例會販售至大賣場？
3. 甲說實話的機率為 $\frac{3}{4}$ ，乙說實話的機率為 $\frac{3}{5}$ 。丙今日參與某公司辦理的尾牙抽獎活動，已知此抽獎活動中獎機率有 40%。若甲、乙兩人看過丙的抽獎卷後均說丙有中獎，試問丙真的中獎的機率為_____。

4. 若將函數 $f(x) = x^5$ 表示為 $f(x) = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x)^2 + \dots + a_5(1+x)^5$ ，其中 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_5$ 為實數，則 $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 右圖為 4×4 的街道圖，每個格子皆為正方形。今日 A、B 分別同時從 P、Q 出發走捷徑至 Q、P 兩地，試問，A、B 在路上相遇的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 70%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 70%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 30%。目前已知第一次療程已經失敗：
 (1) 試問患者患第一類型的疾病的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (2) 若繼續藉由藥物 A 進行第二次療程治療的成功率為多少？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. $\left(2x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$ 展開式的常數項為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 籃桶裡有 8 支籤，其中有 3 個中獎籤，A, B, C, D, E, F, G, H 依序抽籤。試問，若已知 F 沒有抽到中獎籤之下，A 到 E 五人中，至少 2 人抽中中獎籤的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
9. 一個抽獎活動依排隊順序抽獎，輪到抽獎的人有一次抽獎機會，抽獎方式為丟擲一枚公正銅板，正面為中獎，反面為沒中獎。獎品有三份，活動直到三份獎品都被抽中為止。則排第十位的人可以抽獎的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 某人每次射擊中靶的機率為 20%，若此人要射擊 n 次，中靶的機率方可達到 99.99%。則最小自然數 n 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。 $(\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771)$

三、計算題(第一題 12 分，第二題 8 分)

1. 有一隻精力旺盛的青蛙在八塊石頭 A, B, C, D, E, F, G, H 上跳來跳去，其中 A, B, C，為灰色石頭，D, E 為黑色石頭，F, G, H 為長滿蘚苔的綠色石頭。若青蛙在 A 石起跳，且每次跳動必跳到另一石頭上(即不跳在原站立的石頭上)，且跳在任何一塊其餘石頭上的機率均等，求：
 (1) 若已知跳了 4 次時停在 A 石，求跳了 2 次時亦停在 A 石的機率？
 (2) 若此青蛙每個石頭只待一次(含一開始的位置)，求第 7 次跳到灰色石頭的機率？
 (3) 若此青蛙每個石頭只待一次(含一開始的位置)，求此青蛙在黑色石頭、綠色石頭之前，最先待過所有灰色石頭的機率為？
2. 甲、乙、丙三人玩猜拳遊戲，每人每回可出剪刀、石頭、布其中一種拳，猜輸的人就不能再玩下一次。求猜完四回後，恰有一人獲勝的機率。

國立武陵高中 103 學年度第二學期期末考高一數學科答案卷

班級： 座號： 姓名：

一、 多選題(每題 5 分，答錯一選項得 3 分，答錯兩選項得 1 分，答錯 3 個或 3 個以上選項得 0 分)

1. (1)(4)(5)	2. (3)(4)
-----------------	--------------

二、 填充題

計分方式

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
得分	8	16	24	32	38	44	50	55	60	65	70

1. 8	2. $\frac{2}{3}$	3. $\frac{3}{4}$	4. 10
5. $\frac{38}{125}$	6(1) $\frac{1}{2}$	6(2) $\frac{1}{2}$	7. 3640
8. $\frac{6}{7}$	9. $\frac{23}{256}$	10. 42	

三、 計算題(第一題 12 分，第二題 8 分，請標明題號且需有計算過程或理由，否則不予計分)

$$1.(1)\frac{7}{43} (2)\frac{2}{7} (3)\frac{27}{70}$$

$$2.\frac{7}{81}$$