

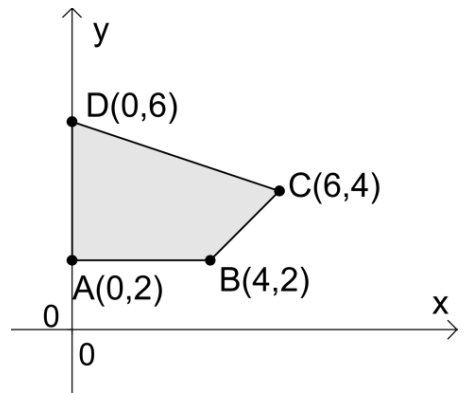
武陵高中 103 學年度第一學期數學科高二(自然組)第二次期中考試題

範圍：第三冊 2-1, 2-2, 3-1, 3-2

一、多選題：16%(每題 8 分，錯 1 選項 5 分，錯 2 選項 2 分，錯 3 選項以上 0 分)

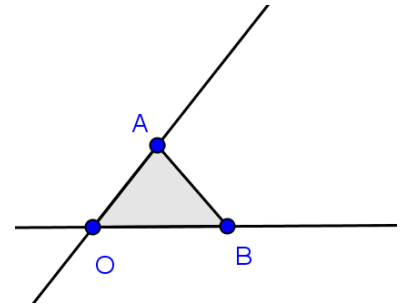
1. 如圖陰影區域(含邊界)，由二元一次聯立不等式所決定， (a,b) 為區域內的一動點，則下列哪些是正確選項？

- (A) $a-b$ 之最大值為 2 (B) $\frac{b+1}{a-2}$ 之最大值為 $\frac{3}{2}$
- (C) $(a-2)^2 + b^2$ 之最小值為 4 (D) 聯立不等式為 $\begin{cases} x+3y \leq 18 \\ x-y \leq 2 \\ y \geq 2 \end{cases}$
- (E) 若直線 $y = \frac{5}{12}x + k$ 通過陰影區域，則 k 之最小值為 $\frac{3}{2}$



2. 如右圖兩直線交於 O 點，若以 O 為始點，則下列選項中哪些向量的終點會落在 $\triangle ABO$ 內(不含邊界)？

- (A) $\frac{-1}{2}\vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{OB}$ (B) $\frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB}$ (C) $\frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{OB}$
- (D) $\frac{1}{100}\vec{OA} + \frac{99}{101}\vec{OB}$ (E) $\frac{1014}{2014}\vec{OA} + \frac{1014}{2014}\vec{OB}$



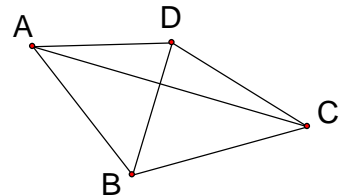
二. 填充題：66%(每格 6 分)

- (1) 在平面上 $A(2,-3)$ ， $B(8,10)$ ， $\overline{AP}:\overline{PB} = 2:3$ 若 P 點在直線 \overline{AB} 上，但 P 點不在線段 \overline{AB} 上，則 P 點坐標為 _____ (A)
- (2) 若 $ABCD$ 為平行四邊形，且 $(3x+2y+1)\vec{AB} + (2x+y-3)\vec{AC} + (5x-3y+2)\vec{AD} = \vec{0}$ ，求數對 $(x,y) =$ _____ (B)
- (3) 在坐標平面中 $y=3$ 有一面鏡子，有一台車子車頭在 $A(3,5)$ 車尾在 $B(5,8)$ ，小宇站在 $(4,4)$ 的位置。小宇面向鏡子沿著直線 $y = mx - 4m + 4$ 的方向看過去，能從鏡子中看見車子，意即看見 \overline{AB} (含端點)，則 m 之範圍為 _____ (C)
- (4) 在 $\triangle ABC$ 中， D 在 \overline{AB} 上， P 在 \overline{CD} 上，且 $\overline{AD}:\overline{BD} = 2:3$ ， $\overline{CP}:\overline{PD} = 3:1$ ，且 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，則數對 $(x,y) =$ _____ (D)
- (5) 設 $A(1,1), B(3,5)$ ，且 $P(x,y)$ 為 \overline{AB} 上之動點，求 $3x^2 - y^2$ 的最大值 _____ (E)

(6) 實數 x, y 滿足聯立不等式 $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 2 \\ 2x^2 + y^2 \leq 6 \\ 2x^2 - y^2 \geq -2 \end{cases}$ 的條件，求 $x^2 - y^2$ 之最大值 (F) _____

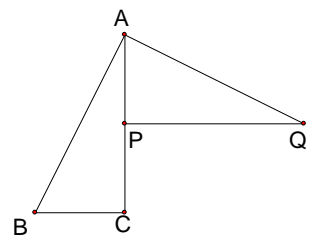
(7) 一直線 L 的參數式為 $\begin{cases} x = 7 - 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ (t 為實數)，另一直線 M 與 L 平行，且 M 通過 $(5, -2)$ ，求直線 M 的方程式， M : _____ (G) (請表示成 $x + ay = b$ 的形式)

(8) 四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線 $\overline{AC}, \overline{DB}$ 互相垂直，且 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 。已知 $A(3, 2)$ ， $B(6, -1)$ ， $C(11, 0)$ ，求 D 的座標 (H) _____



(9) 右圖中 $\angle APQ = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = \overline{PA} = 1$ ， $\overline{AC} = \overline{PQ} = 2$ ，若

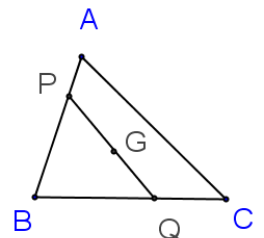
$\overline{BC} = x\overline{AB} + y\overline{AQ}$ ，求數對 $(x, y) =$ _____ (I) _____



(10) 直線 L 過 $(-3, 4)$ 且與兩軸在第二象限圍成一個三角形，求此三角形面積最小值 (J) _____

(11) 如右圖過 $\triangle ABC$ 重心 G 的一直線與 \overline{AB} 、 \overline{BC} 分別交於 P, Q ，且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 5$ ，

求 $\overline{BQ} : \overline{QC} =$ _____ (K) _____



三. 計算證明題：18%(需要完整過程，否則不計分)

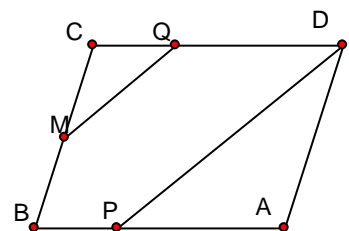
1. 某公司有 A, B 兩倉庫，各有 30、40 個產品，今要運往甲、乙兩市場，從倉庫運至市場之運費如表所示，又甲、乙市場各需 20, 50 個產品，老闆欲知道如何運送可使運費花費最少

- (1) 寫出聯立不等式 (2%) (2) 寫出目標函數 (1%) (3) 請以不同顏色畫出可行解區域之圖形 (3%)
- (4) 如何運送可使運費最少 (2%) (5) 最少運費為何 (2%)

市場運費表	A 倉庫	B 倉庫
甲市場	300 元	400 元
乙市場	400 元	200 元

2. 如圖 $ABCD$ 是平行四邊形， $2\overline{BP} = \overline{PA}$ ， $2\overline{CQ} = \overline{QD}$ ， $\overline{BM} = \overline{CM}$ ，

以向量的性質證明： $\overline{MQ} \parallel \overline{PD}$ (8%)



武陵高中 103 學年度第一學期數學科高二(自然組)第二次期中考答案卷

一、多選題 16%(每題 8 分)

二年__班 座號__ 姓名__

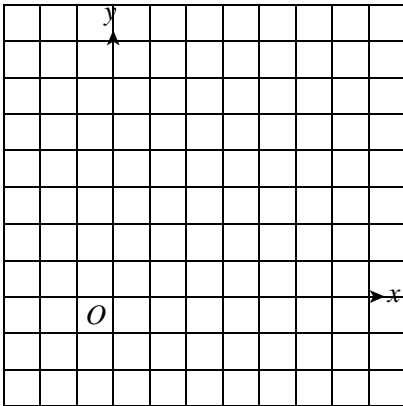
1		2	
---	--	---	--

二. 填充題 : 66%(每格 6 分)

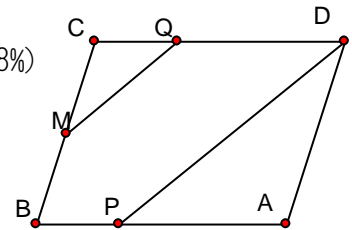
A	B	C	D	E	F
G	H	I	J	K	

三. 計算證明題 : 18%(需要完整過程, 否則不計分)

1. (1) 寫出聯立不等式 (2%) (2) 寫出目標函數 (1%)
- (3) 請以不同顏色畫出可行解區域圖形 (3%)
- (4) 如何運送使運費最少 (2%) (5) 最少運費為何 (2%)



2. 如圖 $ABCD$ 是平行四邊形, $2\overline{BP} = \overline{PA}$, $2\overline{CQ} = \overline{QD}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, 以向量的性質證明: $\overline{MQ} \parallel \overline{PD}$ (8%)



武陵高中 103 學年度第一學期數學科高二(自然組)第二次期中考答案卷

一、多選題 16%(每題 8 分)

二年__班 座號__ 姓名__

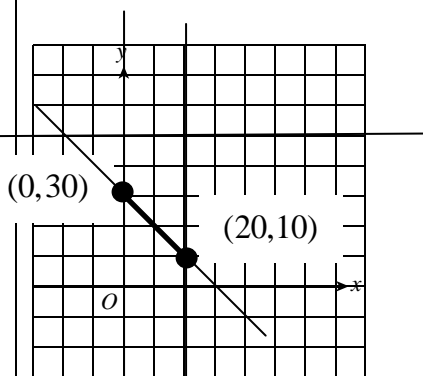
1	AC	2	BD
---	----	---	----

二. 填充題 : 66%(每格 6 分)

A (-10, -29)	B $(\frac{7}{31}, \frac{9}{31})$	C $m \geq 3$ 或 $m \leq -6$	D $(\frac{3}{10}, \frac{1}{4})$	E 3	F 3
G $x+2y=1$	H (7,3)	I $(\frac{-1}{5}, \frac{2}{5})$	J 24	K 5:3	

三. 計算證明題 : 18%(需要完整過程, 否則不計分)

- (1) 寫出聯立不等式 (2%) (2) 寫出目標函數 (1%)
(3) 請以不同顏色畫出可行解區域圖形 (3%)
(4) 如何運送使運費最少 (2%) (5) 最少運費為何 (2%)

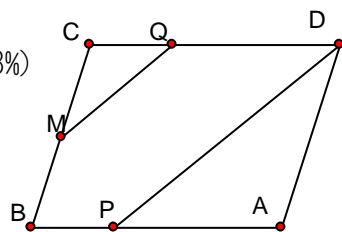


- (1) 令 A 運往甲 x , B 運往甲 $20-x$
A 運往乙 y , B 運往乙 $50-y$

$$\begin{cases} x+y \leq 30 \\ 20-x+50-y \leq 40 \\ 20 \geq x \geq 0 \\ 50 \geq y \geq 0 \end{cases}$$

- (2) $18000-100x+200y$
(4) A 運往甲 20, B 運往甲 0
A 運往乙 10, B 運往乙 40
(5) 18000 元

2. 如圖 $ABCD$ 是平行四邊形, $2\overline{BP} = \overline{PA}$, $2\overline{CQ} = \overline{QD}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, 以向量的性質證明: $\overline{MQ} \parallel \overline{PD}$ (8%)



$$\begin{aligned} (1) \quad \overline{MQ} &= \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{3}\overline{CD} && (2\%) \\ (2) \quad \overline{PD} &= \overline{AD} + \frac{2}{3}\overline{BA} && (2\%) \\ (3) \quad \overline{PD} &= \overline{AD} + \frac{2}{3}\overline{BA} = 2\left(\frac{1}{2}\overline{AD} + \frac{1}{3}\overline{BA}\right) \\ &= 2\left(\frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{3}\overline{CD}\right) = 2\overline{MQ} \\ &\Rightarrow \overline{MQ} \parallel \overline{PD} && (4\%) \end{aligned}$$

