一. 多重選擇題:每題 8 分(錯一個選項得 5 分, 錯兩個選項得 2 分)
錯一個選項得 5 分, 錯兩個選項得兩分, 錯三個以上不給分

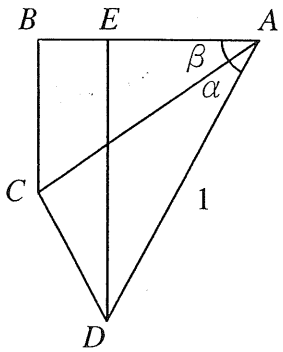
1. ΔABC 中，已知 $\tan A=\dfrac{1}{8}$，$\cos B=\dfrac{9}{\sqrt{130}}$，則

(A) $\tan B=-\dfrac{7}{9}$　(B) $\tan(A-B)<0$

(C) $\tan(A+B)=\dfrac{1}{2}$　(D) $\cos C=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(E) $\triangle ABC$ 為銳角三角形

(　　)2. 如圖 $\angle ACD=\angle ABC=90°, \angle DAC=\alpha, \angle CAB=\beta$, 若 $\overline{AD}=1$ 且 $\overline{DE}\perp\overline{AB}$, 則下列哪些線段長的表示方式正確?



(A) $\overline{BC}=\cos\alpha\cos\beta$　(B) $\overline{AB}=\cos\alpha\sin\beta$

(C) $\overline{DE}=\tan(\alpha+\beta)$　(D) $\overline{AE}=\cos(\alpha+\beta)$

(E) $\overline{BE}=\sin\alpha\sin\beta$

(　　)3. a,b,c 分別代表 ΔABC 中 $\angle A,\angle B,\angle C$ 的對邊長, 則下列哪些選項的條件可以確定 ΔABC 必為鈍角三角形?

(A) $\sin A+\sin B>\sin C$　(B) $a^2+b^2<c^2$

(C) $\sin A\sin B<\cos A\cos B$　(D) a,b,c 皆小於 R、其中 R 為 ΔABC 的外接圓半徑　(E) $c=\sqrt{10}, b=2, \angle B=30°$

二. 填充題:每題 6 分

1. $0\le k\le 180$, 極座標 $A[2,50°]$ 與 $B[5,k°]$ 為極座標上兩點, 若 0 為原點, 則當 k 為 _____ 時, ΔOAB 面積最大

2. 求 $-\sin 25°\cos 215°+\sin 115°\cos 55°+\tan 300°\cos 180°=$ ________。

3.. 以 $x-\sin 10°$ 除 $f(x)=-8x^3+x^2+6x+\sin^2 80°$ 的餘式為 ________

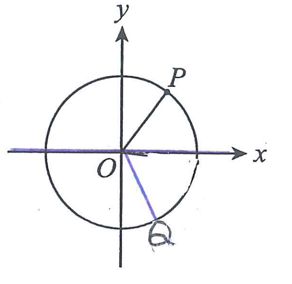
4. 設 $a=2\sin^2 70°-1$、$b=\sin(-658°)$、$c=\cos(-434°)$、$d=\dfrac{2\tan 130°}{1-\tan^2 130°}$，則 a,b,c,d 的大小為 ________________

5. 設 $\sin(-110°)=k$，則以 k 表出 $\tan 610°=$ __________

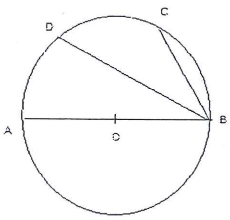
6. 若 $0^0<\theta<90^0$，已知 $\cos 21^0 10'=0.9325$，$\cos 21^0 20'=0.9315$，
若 $\cos\theta=0.9323$，則 $\theta=$________

7. 由地面上，四個觀測站 A、B、C、D 測得一飛機之仰角均為 $60°$，若 $\overline{AB}=20$ 公尺，$\overline{BC}=30$ 公尺，$\overline{CD}=20$ 公尺，$\overline{DA}=40$ 公尺，求：飛機到地面的高度 =______公尺。

8. 如圖，圓心在原點的圓上有兩點 P，Q，已知 P 點坐標 $(5,12)$ 且 $\angle POQ=120°$，則 Q 點坐標為______．



9. 如右圖，$\overline{AB}$ 是圓 O 的直徑，$\overline{AB}=4$，弦 $\overline{BC}=3$，$\angle ABC$ 的角平分線交半圓於 D，求 $\overline{CD}=$_______



10. 在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AC}=6$，$\overline{AB}=2\sqrt{6}$，$\overline{BC}=\sqrt{6}+3\sqrt{2}$，若 $\triangle ABC$ 中 $\angle B=\theta$ 內切圓半徑為 r 求 (θ, r)______。

三. 計算證明題:每題 8 分(計算過程對才給分)

1. 在相距 25 海浬的 B, D 兩個觀測站，在觀測站 B 看到漁船 C 在北 $\alpha°$ 西，在觀測站 D 看到漁船 C 在東 $\alpha°$ 北，且 C, D 相距 15 海浬，在觀測站 D 看到軍艦 A 在東 $\beta°$ 南且 A, D 相距 7 海浬，又在觀測站 B 看到軍艦 A 在南 $\beta°$ 西，問漁船 C 與軍艦 A 相距多少海浬?________

2. 若 α、β、γ 為任意角度

試證 $\cos^2(\alpha-\beta)+\cos^2(\beta-\gamma)+\cos^2(\gamma-\alpha)$ 的最小值為 $\dfrac{3}{4}$

103 學年度第一學期高二自然組第一次段考試題　　班級:　　座號:　　姓名:

一. 多重選擇題:每題 8 分(錯一個選項得 5 分, 錯兩個選項得 2 分)

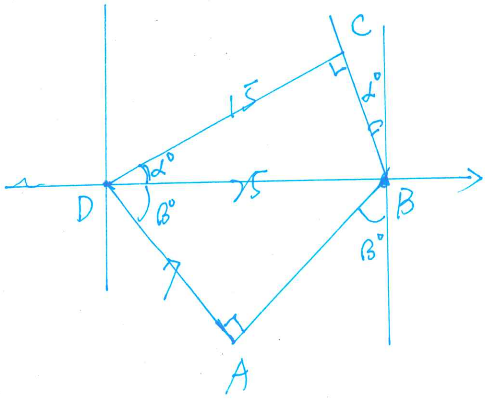
1	B, D	2	D, E	3	B, C, D, E

二. 填充題:每題 6 分

1. 140	2. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	3. 2	4. d>b>a>c
5. $\frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$	6. $21^{\circ}12'$	7. $16\sqrt{5}$	8. $\left(\frac{-5+12\sqrt{3}}{2}, \frac{-12-5\sqrt{3}}{2}\right)$
9. $\sqrt{2}$	60° , $\frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}-6}{2\sqrt{3}}$ $\left(\frac{6+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{6}+\sqrt{2}}\right)$		

三. 計算證明題:每題 8 分

1.



$\angle C = \angle A = 90^{\circ}$

$\therefore$ ABCD 四點共圓

其中 $\sin\alpha = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

$\cos\alpha = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

$\sin\beta = \frac{24}{25}$

$\cos\beta = \frac{7}{25}$

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{4}{5}\times\frac{7}{25} + \frac{3}{5}\times\frac{24}{25}$

$= \frac{4}{5}$

$\frac{\overline{AC}}{\sin(\alpha+\beta)} = 25$

$\overline{AC} = 25 \times \frac{4}{5}$

$= 20$

Ans: 20

2. $\cos^2(\alpha-\beta)+\cos^2(\beta-\gamma)+\cos^2(\gamma-\alpha)$

$= \frac{1+\cos(2\alpha-2\beta)}{2} + \frac{1+\cos(2\beta-2\gamma)}{2} + \frac{1+\cos(2\gamma-2\alpha)}{2}$

$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2}[\cos2\alpha\cos2\beta+\sin2\alpha\sin2\beta+\cos2\beta\cos2\gamma+\sin2\beta\sin2\gamma+\cos2\gamma\cos2\alpha+\sin2\gamma\sin2\alpha]$

$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}[(\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma)^2+(\sin2\alpha+\sin2\beta+\sin2\gamma)^2-3]$

$\geq \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

其中 $\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma=0$ 且 $\sin2\alpha+\sin2\beta+\sin2\gamma=0$ 時有最小值

沒寫扣2分

$\because$ $\cos2\alpha+\cos2\beta = -\cos2\gamma$ …①

$\sin2\alpha+\sin2\beta = -\sin2\gamma$ …②

①^2+②^2

$2+2\cos(2\alpha-2\beta)=1$

$\cos(2\alpha-2\beta) = -\frac{1}{2}$

$2\alpha-2\beta=120^{\circ}$ or 240° or ……

$\alpha-\beta = 60^{\circ}$ or 120° ……

同理 $\beta-\gamma=60^{\circ}$ or 120° ……