

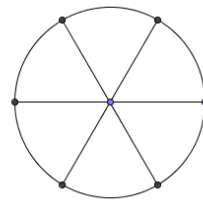
數學科試題

20											-	+
21							<input checked="" type="text"/>					

一、選擇題(60 分)

說明：第 1 題至第 10 題，每題四個選項，其中只有一個是最適當的選項，請將答案畫記至答案卡上。各題答對得 6 分，答錯倒扣 2 分，不作答不予計分

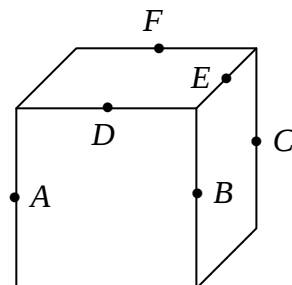
- 1.() 將 1,2,3,4,5,6 不重複地填入右方六個空格中，使得任何相鄰的兩格的數字和是奇數，則共有幾種填法？
(1) 24 (2) 36 (3) 72 (4) 144



- 2.() 將圓心角為 120° ，半徑為 9 的扇形紙片捲成一個圓錐(紙片剛好密合且沒有重疊)，則這個圓錐的高是多少？
(1) $6\sqrt{2}$ (2) $6\sqrt{3}$ (3) 7 (4) 8

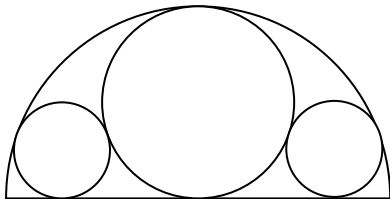
- 3.() 已知 a 為小於 2012 的正整數，且 $2012-a$ 與 a 互質。則滿足條件的 a 有幾個？
(1) 1003 (2) 1004 (3) 1005 (4) 1006

- 4.() 右圖為一正立方體， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 皆為正立方體的邊之中點，則下列哪些選項的四個點會落在同一個平面上？
(1) A 、 C 、 D 、 E
(2) A 、 B 、 D 、 E
(3) A 、 B 、 C 、 F
(4) A 、 C 、 D 、 F



- 5.() 求滿足 $(2m+1)^2 - (2n+1)^2 = 2016$ 的正整數對 (m,n) 有幾對？
(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6

- 6.() 如圖，半圓中有一個大圓與兩個相等的小圓，而且兩小圓都與大圓相切，試求這個半圓中，大圓半徑與小圓半徑之比為
(1) 2:1 (2) 7:3 (3) 5:2 (4) $\sqrt{3}:1$



- 7.() 平面中相異兩圓圓心分別是 O, C ，這兩圓恰相交於相異兩點 A, B ，下列敘述何者正確？
(1) 因為兩圓所對到的弦都是 $\overline{AB}$ ，所以 $\angle AOB = \angle ACB$
(2) 若 $r = \overline{OA}$ 是圓 O 的半徑，則 $\overline{AB} < 2r$
(3) 四邊形 $OACB$ 必為箏形或菱形其中一種
(4) 若兩圓半徑相等，則 $\overline{AB}$ 恰為 $\angle OAC$ 的角平分線
- 8.() 愛德華剪了 4 個一樣大的直角三角形，直角三角形的兩股分別是 1、2。試問愛德華用這 4 個三角形不可能拼出下列哪個圖形？四個三角形需全部使用。
(1) 菱形 (2) 不是菱形的箏形
(3) 等腰三角形 (4) 不是矩形的圓內接四邊形

9.() 有一個三角形 ABC ，自 A 點對 $\overline{BC}$ 畫三角形的高，自 B 點對 $\overline{AC}$ 畫三角形的高，這兩條高的延長線交於 H 點，下列何者正確？

- (1) $\angle BHA > \angle C$ (2) $\angle BHA \geq 90^\circ$
 (3) $\overline{AH}$ 的長度小於 $\frac{2\Delta ABC \text{面積}}{\overline{BC}}$ (4) $\angle BHA$ 和 $\angle BCA$ 互補

10.() 某天小明於晚上六點多從家裡出發去買東西，出門前看了一下手錶，發現時針與分針的夾角是 θ° ， θ 是正整數。買完東西回家時還不到七點，再看一下手錶，發現時針與分針的夾角還是 θ° 。若已知小明出門的時間總共是 $10k$ 分鐘，其中 k 是正整數，則 k 共有幾種可能性？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

二、選填題(90 分)

說明：第 A 題至第 J 題，每題請依照答案格式將答案畫記到答案卡上。各題每格全部答對才得 9 分，答錯或不作答不予計分。

A. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 M 是 $\overline{AB}$ 中點， N 在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{CN} = 2\overline{BN}$ ，若 $\overline{AN}$ 與 $\overline{MC}$ 相交於 O 點，且四邊形 $BMON$ 的面積為 14，則 $\triangle ABC$ 的面積為 ⑪⑫

B. 若 $x_1, x_2, \dots, x_{40}$ 等 40 個數皆為 $x^3 - 6x^2 + 8x = 0$ 的根，且 $x_1 + x_2 + \dots + x_{40} = 26$ ，

$(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + \dots + (x_{40} - 1)^2 = 48$ ，則這 40 個數字裡面有多少個是 2？⑬⑭

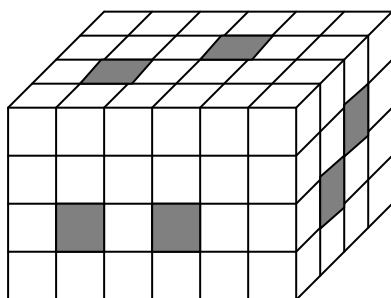
C. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n + a_{n+1} = 2n^2$ ，試求此數列的前 20 項和 $S_{20} = \underline{\textcircled{15} \textcircled{16} \textcircled{17} \textcircled{18}}$

D. 設 x, y, z 為實數，且滿足 $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x^2 - yz = 4 \end{cases}$ ，試求 $yz + zx + xy$ 之最小值： $\underline{\textcircled{19} \textcircled{20}}$

E. 已知四個互不相等的正實數 a, b, c, d 滿足

$$\begin{pmatrix} a^2 & 0 & 1 & 3 \\ c & -2 & 9 & d^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ b^2 & 0 & 1 & 3 \\ c & -2 & 9 & d^3 \end{pmatrix}, \text{ 則 } (ab)^{2013} - (cd)^{2013} = \underline{\textcircled{21} \textcircled{22} \textcircled{23} \textcircled{24} \textcircled{25}}$$

F. 下圖為一個邊長分別為 4cm、4cm、6cm 的長方體，將其灰色部分垂直挖洞後，使其從六面看過去皆有兩個可看到對面的正方形通道，請問這個挖空後的長方體體積為 $\underline{\textcircled{26} \textcircled{27}}$



G. 從正整數：1，2，3，4，……， n 中，刪除某一項 x ，已知剩下的 $n-1$ 個數的算術平均數為 $\frac{261}{10}$ ，試求 x 之值：②⑧②⑨

H. 設 $a \leq b$ 為兩個正整數，其最小公倍數 $[a, b] = 8100$ ，則數對 (a, b) 有③⑩③①③②種可能。

I. 在座標平面上， O 為原點，四邊形 $ABCO$ 為正方形，而其中一邊 $\overline{AB}$ 在直線

$L: mx + y = 8$ 上，且已知 $\overline{AB}$ 被 x 軸平分， $m > 0$ ，試求 $m =$ ③③

J. 如下圖，長方形 $ABCD$ 的長 $\overline{AB} = 10$ ，寬 $\overline{BC} = 6$ ，以 A 為圓心， $\overline{AB}$ 為半徑畫

一圓弧交 $\overline{AD}$ 延長線於 E ；再以 C 為圓心， $\overline{BC}$ 為半徑畫一圓弧交 $\overline{CD}$ 於 F ，則灰

色區域面積為③④③⑤ π - ③⑥③⑦

