國立武陵高中 102學年度第二學期 二年級社會組數學科第二次段考試題卷(103.05.14)

範圍：空間平面、矩陣 班級：______ 座號：______ 姓名：____________ 得分:______

注意：以下試題中A^{-1}代表矩陣A之乘法反方陣，試題共四頁，答案卷一頁，作答完畢將答案卷繳回即可，填充題需計算至最簡、答案全對始計分

一、多重選擇題【每題10分，答錯1選項得6分，錯2選項得2分，錯3選項以上得0分，共20分】

1、空間中，下列敘述何者正確？(A) 垂直於同一直線的兩直線必互相平行 (B) 平行於同一平面的兩直線必互相平行 (C) 若一平面與兩平行平面均相交，則此兩交線必平行 (D) 相異三平面兩兩相交於不同的三條直線，則此三條直線必互相平行 (E) 過已知直線外一點，恰可做一直線與此已知直線平行

2、設A、B皆為三階方陣，I為三階單位方陣，試問下列何者必正確？(A) 若$AB=A$，則$B=I$ (B) $\det(5A)=5\det(A)$ (C) $A^3-8I=(A-2I)(A^2+2A+4I)$ (D) 若A、B皆有乘法反方陣，則$A+B$亦有乘法反方陣 (E) 若A、B均有乘法反方陣，則$(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$

二、填充題【共10格，每格6分，共60分】

1、設平面$E:2x-3y+2z=100$與xy平面的夾角為θ，試求$\tan\theta$之值=________ (兩解)

2、若某公司有甲、乙兩個部門，每半年員工會輪調一次，輪調的方式是將原甲部門一半的員工調到乙部門，原乙部門的員工則全部調到甲部門，若甲、乙兩部門原各有a_0、b_0人，輪調n次後甲、乙兩部門的人數分別為a_n、b_n人($n\in N$)，若$\begin{bmatrix}a_7\\b_7\end{bmatrix}=A\begin{bmatrix}a_5\\b_5\end{bmatrix}$，試求二階方陣A = ________

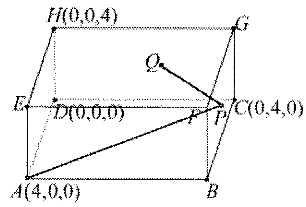
背面有題

3、若方程組$\begin{bmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & -4 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -1\\ k\end{bmatrix}$有無限多組解，試求實數$k$值=＿＿＿＿＿＿

4、矩陣$\begin{bmatrix}1 & 1 & a & 6\\ 2 & b & 3 & 9\\ 3 & -2 & 1 & 2\end{bmatrix}$經列運算得到矩陣$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 1 & c\end{bmatrix}$，試求$a+b+c$之值=＿＿＿＿＿＿

5、設空間座標系中，有一中空長方鐵盒，各點坐標如下圖，設由$A(4,0,0)$點射出一球撞擊$P(1,4,1)$點，

假設不考慮球之體積，反彈後會撞擊到鐵盒之另一面Q點，試求Q點坐標：＿＿＿＿＿＿



6、設矩陣$A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，且$A\neq kI$，$a,b,c,d,k\in R$，其中$I$為二階單位方陣，$O$為二階零矩陣，已知

$A^2-A-2I=O$，若$A^{-1}=sA+tI$，試求實數$5s-2t$之值=＿＿＿＿＿＿

7、二元一次聯立方程組$\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x+y=-1 \end{cases}$ 的增廣矩陣為$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$，對矩陣$A$進行列運算，步驟1：第1列乘以$-3$加到第2列，得矩陣$B$。步驟2：矩陣$B$的第2列乘以$-\frac{1}{5}$得矩陣$C$。我們將上述的列運算以矩陣乘積$XA=C$來表示，試求$\det(X^{-1})$之值=____________

8、試求包含$A(1,1,3)$、$B(-2,1,1)$兩點且和平面$E: x-2y+3z=6$垂直的平面方程式：____________

9、若空間中兩直線$L_1: x-a=\frac{3-y}{-3}=\frac{z+1}{-2}$，$L_2: \begin{cases} x=3t-1 \\ y=2t-a-1 \\ z=t+a-2 \end{cases}$，$t\in R$ 相交於一點，試求實數a值=____________

10、設$A=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$，$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，若$(I+\frac{1}{2}A)^4=aI+bA$，試求實數對$(a,b)=$ ____________

背面有題

三、計算證明題【2 大題，共 20 分】

1、設 A 箱有 3 個白球，B 箱有 1 個白球 1 個黑球，甲、乙兩人輪流取球，每次先由甲自 A 箱任取一球放入 B 箱，再由乙自 B 箱任取一球放入 A 箱，這樣稱為一局。試回答下列問題：(請用矩運算求解)

(1) 當第一局結束時，A 箱內三球為 2 白 1 黑的機率為何？ (4 分)

(2) 當第三局結束時，A 箱內三球為 2 白 1 黑的機率為何？ (4 分)

(3) 就長期交換而達到穩定狀態時，A 箱內三球為 2 白 1 黑的機率為何？ (4 分)

2、設 s,t 為非零的實數，矩陣 $A=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$，令 $P(s)=sA+\frac{1}{s}B$，試證明： $P(st)=P(s)P(t)$

(8 分)

國立武陵高中 102 學年度 第二學期 二年級社會組數學科第二次段考試答案卷 (103.05.14)

班級：_______ 座號：______ 姓名：________________

一、多重選擇題【每題 10 分，答錯 1 選項得 6 分，答錯 2 選項得 2 分，答錯 3 選項以上得 0 分】

1	CE	2	C

二、填充題【共 10 格，每格 6 分，需全對才給分】

1	2	3	4	5
$\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$	$\begin{bmatrix}\frac{3}{4} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$	-4	5	$(0,\frac{8}{3},\frac{4}{3})$
6	7	8	9	10
$\frac{7}{2}$	-5	$4x-7y-6z+21=0$	4	$(1,20)$

三、計算證明題 20 分 （沒有過程不計分）

1、

(1) $\frac{1}{3}$ 4 分

(2) $\frac{133}{243}$ 4 分

(3) $\frac{3}{5}$ 4 分

2、8 分

$AB=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\\ -1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

$BA=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\\ -1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

$A^2=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}=A$

$B^2=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ 1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}=B$

$p(s)\,p(t)=(sA+\frac{1}{s}B)(tA+\frac{1}{t}B)$

$=stA^2+\frac{s}{t}AB+\frac{t}{s}BA+\frac{1}{st}B^2$

$=stA+\frac{1}{st}B$

$=p(st)$ *