

國立武陵高中一〇二學年度第二學期高二社會組數學科第一次段考試題卷

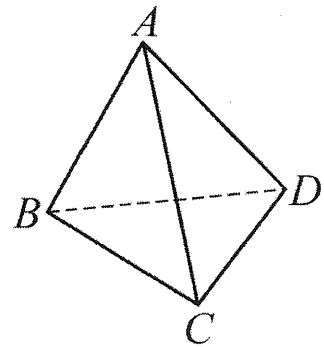
一、單選題，共 5 分。

- 1、下列有關空間中的敘述何者錯誤？
- (A) 存在一平面同時通過一對歪斜線
  - (B) 存在一平面同時平行一對歪斜線
  - (C) 恰交於一點的兩直線必有公垂直線
  - (D) 恰交於一點的兩直線可決定唯一平面
  - (E) 一直線與線外一點可決定唯一平面。

二、多選題，每題 8 分，共 16 分。

(全對得 8 分、錯 1 個選項得 5 分、錯 2 個選項得 2 分、其他 0 分)

- 1、右圖為一個正四面體， $E$  為落在線段  $CD$  上的一點， $H$  為  $A$  到平面  $BCD$  上的垂足。則下列何者正確？



- (A)  $\cos(\angle ABH) = \frac{1}{3}$
- (B)  $\vec{CD} \cdot \vec{BA} = 0$
- (C) 平面  $ABC$  與  $ACD$  的兩面角為  $60^\circ$
- (D)  $\vec{AH} = \vec{BA} \cdot (\vec{BC} \times \vec{BD})$
- (E)  $\vec{BE} \cdot \vec{BA}$  為一個定值。

- 2、給定空間中不共線三點  $A, B, C$ ，又  $P$  為任意動點，則下列何者正確？

- (A) 集合  $S = \{P \mid \overline{PA} = \overline{PB}\}$  的圖形為一直線
- (B) 集合  $S = \{P \mid \overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}\}$  的圖形為一點
- (C) 集合  $S = \{P \mid \vec{AP} \cdot \vec{AB} = \overline{AB}^2\}$  的圖形為一平面
- (D) 集合  $S = \{P \mid \vec{AP} \cdot \vec{AB} = 0\}$  的圖形為一平面
- (E) 集合  $S = \{P \mid |\vec{AP} \times \vec{AB}| = 0\}$  的圖形為一平面。

三、填充題，共 69 分。

(答對格數與得分對照，未填入正確格子內不予計分，數值需化簡完畢才予以計分)

格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	8	16	24	31	38	45	51	57	63	69

1、 $\vec{n} = (1, -7, 2)$  是平面  $E$  的法向量，點  $H(6, 5, 4)$  在平面  $E$  上，求平面  $E$  的方程式 = \_\_\_\_\_。

2、由向量  $\vec{a} = (0, -2, 6)$ ,  $\vec{b} = (-5, -1, 2)$ ,  $\vec{c} = (-8, 0, 3)$  所張出的平行六面體體積 = \_\_\_\_\_。

3、 $\vec{a} = (3, -2, -7)$ ,  $\vec{b} = (1, -4, -1)$ ,  $t$  為實數，向量  $\vec{a} + t\vec{b}$  垂直  $\vec{b}$  時， $|\vec{a} + t\vec{b}| =$  \_\_\_\_\_。

4、 $A(1, 2, 3)$  在平面  $E_1: x + y + z = k$  上， $B(6, 5, 4)$  在平面  $E_2$  上， $E_1 \parallel E_2$ ，

(1) 平面  $E_2$  的方程式 = \_\_\_\_\_。

(2) 平面  $E_1, E_2$  的距離 = \_\_\_\_\_。

5、右圖一中， $ABCD-EFGH$  為一個長方體，

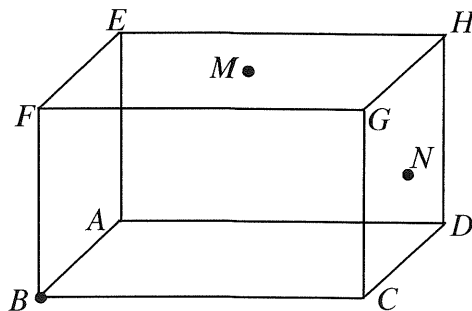
$\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{AE} = 4$ ,  $\overline{AD} = 6$ ,  $M$ 、 $N$  分別為矩形

$EFGH$ 、 $CDHG$  的對稱中心。則

(1)  $\overline{MN} =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle BMN$  的面積 = \_\_\_\_\_。

(3) 平面  $BMN$  交  $\overline{GH}$  於  $Q$ ，則  $\overline{QH} =$  \_\_\_\_\_。



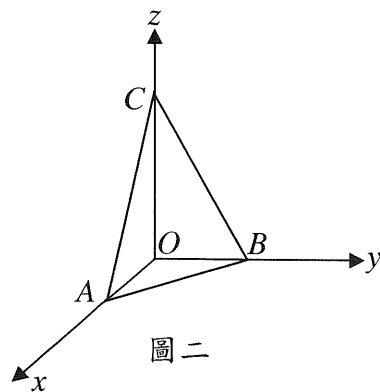
圖一

6、右圖二的空間座標系中， $\overline{AC} = \overline{BC} = a > 0$ ，

$\angle CAO = \angle CBO = 60^\circ$ ， $O$  到平面  $ABC$  的距離為  $\sqrt{21}$ ，

則(1)  $a =$  \_\_\_\_\_。

(2) 平面  $ABC$  與  $xy$  平面的夾角為  $\theta$ ，求  $\cos \theta =$  \_\_\_\_\_。



圖二

#### 四、計算題，共 10 分(請詳列清楚計算過程)

1、 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{AC} = 12$ 、 $\overline{BC} = 13$ ， $P$  為  $\triangle ABC$  內部的一點且  $P$  到  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  的垂直距離分別是  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 。

(1) 試求  $5x + 12y + 13z$  的值。(3 分)

(2) 求  $x^2 + y^2 + z^2$  的最小值。(7 分)

國立武陵高中一〇二學年度第二學期高二社會組數學科第一次段考答案

一、單選題，共 5 分。

1
A

一、多選題，每題 8 分，共 16 分。(8,5,2,0)

1	2
BE	CD

三、填充題，共 69 分。

(答對格數與得分對照，未填入正確格子內不予計分，數值需化簡完畢才予以計分)

格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	8	16	24	31	38	45	51	57	63	69

1	2	3	4(1)	4(2)
$x - 7y + 2z + 21 = 0$	46	$2\sqrt{11}$	$x + y + z = 15$	$3\sqrt{3}$
5(1)	5(2)	5(3)	6(1)	6(2)
$\sqrt{13}$	$\sqrt{337}$	$\frac{2}{3}$	14	$\pm \frac{1}{\sqrt{7}}$

三、證明題，共 10 分。

1、 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{AC} = 12$ 、 $\overline{BC} = 13$ ， $P$  為  $\triangle ABC$  內部的一點且  $P$  到  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$

的距離分別是  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 。

(1) 試求  $5x + 12y + 13z$  的值。(3 分)

(2) 求  $x^2 + y^2 + z^2$  的最小值。(7 分)

解: (1) 60    (2)  $\frac{1800}{169}$ 。