

國立武陵高中 102 學年度第二學期第一次段考高二數學(二、三類組)試題卷

甲、多重選擇題：10% (每題 5 分, 錯一個選項得 3 分, 錯二個選項得 1 分, 錯三個或三個以上不給分)

1. ( ) 在空間中, 下列敘述何者正確?

(A) 相異三點恰可決定唯一的平面

(B) 不共線三點恰可決定唯一的平面

(C) 平行於同一平面的二相異直線必互相平行

(D) 平行於同一直線的二相異平面

必互相平行

(E) 若直線  $AB$  與直線  $CD$  歪斜, 則直線  $AC$  與直線  $BD$  必歪斜

2. ( ) 在空間中, 下列何者圖形表示一直線?

(A)  $x=2$

(B)  $x+y=2$

(C)  $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} 3x-6y+3z+1=0 \\ -x+2y-z+1=0 \end{cases}$

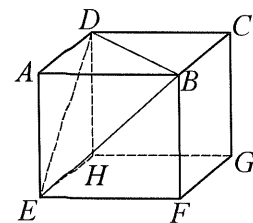
(E)  $\begin{cases} x=1+2t \\ y=5+3t \\ z=2-t \end{cases}$

乙、填充題：78% (每個空格 6 分)

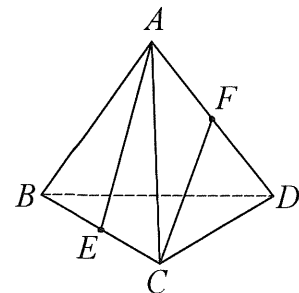
1. 如下圖,  $ABCD-EFGH$  是一個邊長為 2 的正六面體, 則

(1) 平面  $BDE$  與平面  $BDC$  所夾兩面角的餘弦值為何? \_\_\_\_\_

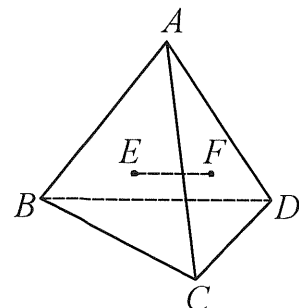
(2) 四面體  $AEBD$  中的兩歪斜線  $AE$  與  $DB$  的距離為何? \_\_\_\_\_



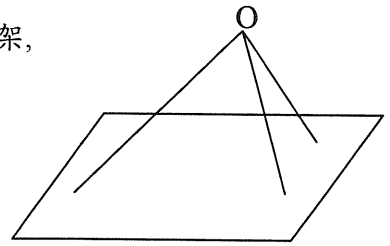
2. 在邊長為 4 的正四面體  $ABCD$  中,  $E$ 、 $F$  分別是  $\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}$  的中點, 求  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CF} =$  \_\_\_\_\_



3. 學校蓋了一棟邊長 12 公尺的正四面體玻璃溫室 (如圖)。今欲將一鋼柱橫架在室內中, 作為吊花的橫樑。其兩端分別固定在兩面牆  $ABC$  和  $ACD$  的重心  $E$ 、 $F$  處。老林要先知道這個鋼柱多長, 才能請工人製作。但卻很難爬到  $E$ 、 $F$  點量  $\overline{EF}$  長。老林非常煩惱, 聰明的你, 請幫老林算出  $\overline{EF}$  的長度吧? \_\_\_\_\_ 公尺



4. 海琳上工藝課時,用鐵條焊接了一個三隻腳都互相垂直的三角架,若將此腳架放在水平地面上,使每一隻腳的底端都在地面上,已知三隻腳的長分別為 60 公分, 45 公分, 36 公分,則頂端 O 點到地面的距離為\_\_\_\_\_公分



5. 已知  $\vec{a}=(x,y,z)$ ,  $\vec{b}=(1,2,1)$ ,  $\vec{c}=(-1,3,2)$ , 且  $x^2+y^2+z^2+2x-6y-2z=129$ , 試求  $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$  所張出的平行六面體體積的最大值為何? \_\_\_\_\_

6. 過點  $A(1,2,3)$ , 且與直線  $L_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$  及直線  $L_2: \begin{cases} x+y-z=0 \\ 2y+3z-1=0 \end{cases}$  皆平行之平面方程式為何? \_\_\_\_\_

7. 一正四面體  $OABC$ ,  $O$  為原點,  $A(1,1,2)$  且  $B, C$  二點都在  $xy$  平面上, 求  $\triangle ABC$  所在的平面方程式為何? \_\_\_\_\_

8. 求點  $P(3,2,6)$  到直線  $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$  的距離? \_\_\_\_\_

9. 已知空間座標中三點  $O(0,0,0)$ ,  $A(1,2,3)$ ,  $B(2,1,0)$ , 與此三點均等距離的所有點構成一條直線, 若此直線的對稱比例式為  $\frac{x}{1} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ , 則數對  $(b, c, y_0, z_0)$  為何? \_\_\_\_\_

10. 校慶晚會需要投射兩道雷射燈光在舞臺處交會. 若設定空間坐標, 讓一道雷射燈光由  $(0,0,2)$  朝向  $(5,8,3)$  發射, 另一道則由點  $(0,7,a)$  沿平行於  $x$  軸方向發射, 試問: 兩道燈光在舞臺處交會的坐標為何? \_\_\_\_\_

11. (1) 已知  $\vec{OA}=(1,2,3)$ ,  $\vec{OB}=(6,2,4)$ , 若  $\vec{OC}=t\vec{OA}+\vec{OB}$ ,  $t>0$ , 且  $\vec{OC}$  平分  $\angle AOB$ , 求  $t$  的值? \_\_\_\_\_

- (2) 直線  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$  與直線  $L_2: \frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{4}$ , 求  $L_1$  與  $L_2$  的交角平分線方程式? \_\_\_\_\_

(有兩解, 以對稱比例式表示)

丙、計算證明題: (12%)

1. 空間座標中一平面與  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸分別交於  $A(a,0,0)$ ,  $B(0,b,0)$ ,  $C(0,0,c)$  三點 (其中  $abc \neq 0$ ) 試證明:  $(\triangle ABC \text{面積})^2 = (\triangle OAB \text{面積})^2 + (\triangle OBC \text{面積})^2 + (\triangle OAC \text{面積})^2$  (5分)

2. 二歪斜線  $L_1: \frac{x-11}{4} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+7}{-1}$  與  $L_2: \frac{x+5}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-6}{-2}$ , 試求

(1) 包含  $L_2$  且與  $L_1$  平行之平面方程式? (4分)

(2) 二歪斜線  $L_1$  與  $L_2$  的距離? (3分)

國立武陵高中 102 學年度第二學期第一次段考高二數學(二、三類組)答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

甲、多重選擇題：10%(每題 5 分,錯一個選項得 3 分,錯二個選項得 1 分,錯三個或三個以上不給分)

1	BE	2	C
---	----	---	---

乙、填充題：78%(每個空格 6 分)

1 (1)	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	1 (2)	$\sqrt{2}$	2	-8
3	4	4	$18\sqrt{2}$	5	75
6	$2x+4y+z=13$	7	$2x+2y+z=6$	8	6
9	$(-2, 1, \frac{5}{2}, \frac{2}{3})$	10	$(\frac{35}{8}, 7, \frac{23}{8})$	11 (1)	2
11 (2)	$\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{5}$ 或 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{-1}$				

丙、計算證明題：12%(第一題 5 分,第二題 7 分)

1. 略 (5 分)

2. (1)  $2x+5y-7z+32=0$  (4 分)

(2)  $\sqrt{78}$  (3 分)