

(302 ~ 315)

國立武陵高級中學 102 學年度第一學期第二次期中考三年級自然組數學科試題

一. 單選題(共 15 分，每題全對給 5 分，答錯不倒扣)

1. $\sqrt{3}\sec 70^\circ - \csc 70^\circ =$ (1) -2 (2) 2 (3) -4 (4) $2\sqrt{3}$ (5) 4

2. 設 $0 \leq x \leq \pi$ ， $y = 4\sin x - 2\sqrt{3}\sin(x - \frac{\pi}{6})$ ，則 y 的最小值為 (1) -2 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) -1

3. 若方程式 $x = 5(\sin x - |\sin x|)$ ，則其實根的個數有幾個？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個

二. 多選題(共 40 分，每題全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

1. 有關函數 $y = f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1$ (x 為實數) 之圖形，下列敘述何者正確？

- (1) 週期為 π (2) $-2 \leq f(x) \leq 2$ (3) 函數圖形對稱於直線 $x = \frac{\pi}{3}$ (4) 函數圖形對稱於 y 軸

- (5) 將函數 $y = g(x) = 2\sin 2x + 1$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，即可得函數 $y = f(x)$ 的圖形。

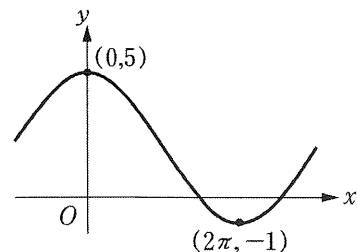
2. 將函數 $y = \cos x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，再水平伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍，並鉛直伸縮 4 倍，所得圖形的函數為何？

- (1) $y = 4\cos(2x - \frac{\pi}{2})$ (2) $y = 4\cos(2x + \frac{\pi}{2})$ (3) $y = 4\cos(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2})$ (4) $y = 4\cos(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2})$ (5) $y = -4\sin 2x$

3. 下列何者正確？ (1) $\sin 2 > \sin 1$ (2) $\cos 2 > \cos 1$ (3) $\sin 1 > \cos 1$ (4) $\tan 3 > \cot 3$ (5) $\csc(-1) > \cot(-1)$ 。

4. 若函數 $y = a + b\sin(cx + d)$ 的一個週期之圖形如右圖， $b > 0$ ， $c > 0$ ， $0 \leq d < 2\pi$ ，則下列何者正確？

- (1) $a = 2$ (2) $b = 6$ (3) $c = 2$ (4) $d = \frac{\pi}{2}$ (5) $a + b + c = \frac{11}{2}$



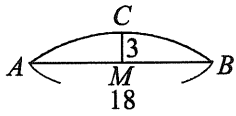
5. 下列各週期函數中，何者週期為 π ？

- (1) $2\sin x \cos x$ (2) $|\sin x|$ (3) $\sin x + \cos x$ (4) $8\cos^3 2x - 6\cos 2x + 1$ (5) $\left| 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2} \right| + 1$

三.填充題(共 35 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6
得分	8	16	22	27	31	35

1.如圖，弓形 ACB 的弦 $\overline{AB} = 18$ ，弧 \widehat{ACB} 的長為 24，弧中點 C 與弦 \overline{AB} 的中點 M 之距離為 3，則弓形 ACB 的面積為_____。



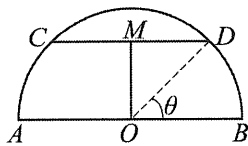
2.方程式 $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1$ 於 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ 範圍內的解

- (1)共有_____個。
 (2)其中最大的解為_____。

3.橢圓 $\Gamma: 4x^2 + 9y^2 = 36$ 上任一點至直線 $2x - 4y + 5 = 0$ 的最大距離為_____。

4. x 、 k 為實數，若方程式 $\sin^2 x + 2\sin x + k = 0$ 之 x 有解，則 k 的範圍為_____。

5.有一個半圓形的池塘，半徑為 10 公尺， O 為圓心，上有一 T 字形木橋 \overline{OM} 及 \overline{CD} ， $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{OM} \perp \overline{CD}$ ，試問木橋總長 $\overline{OM} + \overline{CD}$ 的最大值為_____公尺。



四.計算題(共 10 分)

關於函數 $y = f(x) = 3 \cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的圖形，回答下列問題：

(1)試說明函數 $y = f(x)$ 的圖形如何由 $y = \cos x$ 的圖形先經伸縮，再經平移而得？請寫出伸縮量與平移量。

(5 分)

(2)試畫出函數 $y = f(x)$ 在 $0 \leq x \leq 4\pi$ 的略圖，並標明最高點與最低點的坐標。(5 分)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一. 單選題(共 15 分，每題全對給 5 分，答錯不倒扣)

1. (5) 2. (3) 3. (4)

二. 多選題(共 40 分，每題全對得 8 分，錯一個選項得 5 分，錯二個選項得 2 分)

1. (1)(3) 2. (2)(5) 3. (1)(3)(4) 4. (1)(4)(5) 5. (1)(2)(5)

三. 填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6
得分	8	16	22	27	31	35

1. 72 2. (1) 8 , (2) $\frac{3\pi}{2}$
 3. $\frac{15\sqrt{13}}{13}$ 4. $-3 \leq k \leq 1$ 5. $10\sqrt{5}$

四. 計算題(共 10 分)

(1)(5 分) (兩個伸縮量與一個平移量，對一個 2 分，二個 3 分，三個 5 分)

$$y = \cos x \xrightarrow[\text{鉛直伸長為 3 倍}]{\text{水平伸長為 2 倍}} y = 3 \cos \frac{x}{2} \xrightarrow{\text{向左平移 } \frac{\pi}{2} \text{ 單位}} y = 3 \cos \frac{1}{2} \left(x + \frac{\pi}{2} \right)$$

答：伸縮量：水平伸長 2 倍，鉛直伸長 3 倍；平移量：向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位

(2)(5 分) (無最高點與最低點座標扣 2 分)

