

國立武陵高中 一〇二學年度第一學期 高二社會組 數學科 期末考 試題卷

一、多選題，每題 8 分，共 24 分。

(全對得 8 分、錯 1 個選項得 6 分、錯 2 個選項得 3 分、其他 0 分)

1、已知 $O、P、A、B$ 為平面上的點， O 不在直線 AB 上。 $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ ，則下列敘述何者正確？

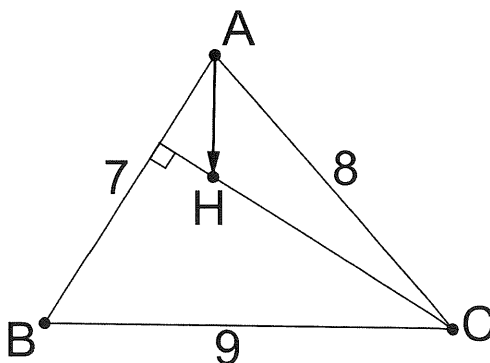
- (A) 當 $\vec{OP} = \vec{0}$ 時， $x = y = 0$
- (B) 當 $0 \leq x \leq 1, y = 1$ 時， P 點的軌跡圖形為一個線段
- (C) 當 $x = 3y > 0$ 時， $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 1$
- (D) 當 $0 < xy < 1$ 時， P 點在 $\triangle ABO$ 內部
- (E) 若 \vec{OA}, \vec{OB} 夾角為 θ ，則 \vec{OA} 在 \vec{OB} 上的正射影為 $(\cos \theta)\vec{OA}$ 。

2、 a, b, c, d, k 為實數，有關行列式的敘述，下列何者正確？

- (A) $\begin{vmatrix} x & y \\ a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & x \\ b & y \end{vmatrix}$
- (B) $\begin{vmatrix} kx & ky \\ ka & kb \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} x & y \\ a & b \end{vmatrix}$
- (C) $\begin{vmatrix} 2a & 2b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a & b \\ 2c & d \end{vmatrix}$
- (D) $\begin{vmatrix} x & y \\ a-c & b-d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y \\ a & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c & d \\ x & y \end{vmatrix}$
- (E) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} a + \sqrt{5}c & b + \sqrt{5}d \\ c & d \end{vmatrix} = 1$ 。

3、 $\overline{AB} = 7, \overline{AC} = 8, \overline{BC} = 9$ ， H 為 $\triangle ABC$ 的垂心，向量 $\vec{AH} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ， x, y 為實數。

- (A) $\vec{HB} - \vec{HA} = \vec{BA}$
- (B) $\vec{BA} \cdot \vec{AC} = 16$
- (C) $\vec{AH} \cdot \vec{AB} = \vec{AC} \cdot \vec{AB}$
- (D) $x < \frac{1}{3}$
- (E) $y < \frac{1}{6}$ 。



二、填充題，共 65 分。(答對格數與得分對照，未填入正確格子內不予計分)

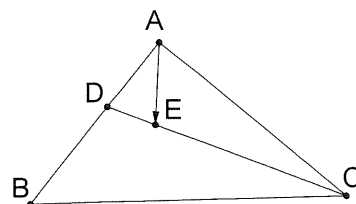
格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	9	18	27	36	44	51	57	62	66	70

1、平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，滿足 $|\vec{a}|=6, |\vec{b}|=7, |\vec{c}|=8, \vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、 x, y 皆為實數，且 $5x+12y=4$ ，求 x^2+y^2 之最小值 = 。

3、平面向量 $\vec{a}=(-6,17), \vec{b}=(3,4)$ ，求 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的正射影 = 。

4、如圖， $\overline{AD}:\overline{DB}=2:3, \overline{DE}:\overline{EC}=1:4, \overline{AE}=x\overline{AB}+y\overline{AC}$ ，則實數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



5、平面上兩平行直線 $6x+y-4=0$ 與 $12x+2y+k=0$ 的距離為 1， $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6、若直線 $L_1:7x-24y+10=0$ 與 $L_2:3x-4y-2=0$ 的夾角為 θ ，求 $\cos\theta = \underline{(1)}$ ，

又 L_1, L_2 銳夾角平分線方程式 = (2)。

7、已知平面上三點 $A(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}), B(1,1), C(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ ，求 $\triangle ABC$ 面積 = 。

8、 a 為實數，直線 $3x+2y+a=0$ 與 $\overline{AB}:\begin{cases} x=3-t \\ y=4+\frac{1}{2}t \end{cases}, 0 \leq t \leq 10$ 有交點，則 a 的範圍： 。

9、 $\overline{AB}=5, \overline{AC}=6, \overline{BC}=7$ ， G, I 分別為 $\triangle ABC$ 的重心及內心。問 $|\overline{GI}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、證明題，共 6 分。

1、 $xyz \neq 0, \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$ ，方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \end{cases}$ ，證明 $x:y:z = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ 。

國立武陵高中 一〇二學年度第一學期 高二社會組 數學科 期末考 答案卷

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

一、多選題，每題 8 分，共 24 分。

(全對得 8 分、錯 1 項得 6 分、錯 2 項得 3 分、其他 0 分)

1	2	3
AB	CE	CD

二、填充題，共 70 分。(答對格數與得分對照，未填入正確格子內不予計分)

格數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	0	9	18	27	36	44	51	57	62	66	70

1	2	3	4	5
$\frac{21}{2}$	$\frac{16}{169}$	(6,8)	$(\frac{8}{25}, \frac{1}{5})$	$-8 \pm \sqrt{37}$
6(1)	6(2)	7	8	9
$\pm \frac{117}{125}$	$y = \frac{1}{2}x$	$\frac{1}{144}$	$-17 \leq a \leq 3$	$\frac{1}{3}$

三、證明題，共 6 分。

1. $xyz \neq 0$, $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$, 方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \end{cases}$, 證明 $x:y:z = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ 。

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = -c_1z \\ a_2x + b_2y = -c_2z \end{cases} \dots\dots(1\%)$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -c_1z & b_1 \\ -c_2z & b_2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\Delta} z, y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & -c_1z \\ a_2 & -c_2z \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix}}{\Delta} z, \dots\dots(4\%)$$

$$x:y:z = \frac{\begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\Delta} z : \frac{\begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix}}{\Delta} z : z = \begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \dots\dots(1\%)$$