

國立武陵高中 102 學年度第一學期期末考高二數學科(二、三類組)試題卷

甲、多重選擇題：16% (每題 8 分, 錯一個選項得 5 分, 錯二個選項得 2 分, 錯三個或三個以上不給分)

1. () 已知 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=3$ 且 $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, 則下列何者為真? (A) \vec{a} 和 \vec{c} 的夾角為 $\theta, \cos\theta = \frac{-1}{4}$
 (B) \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角與 \vec{b} 和 \vec{c} 的夾角相等 (C) 以 \vec{a}, \vec{b} 為兩鄰邊之三角形面積與 \vec{b}, \vec{c} 為兩鄰邊之三角形面積相等 (D) $|\vec{a}+2\vec{c}|=\sqrt{34}$ (E) $|2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}|=\sqrt{46}$
2. () 設 A, B, C 為平面上三點, $\vec{AB}=(1,2), \vec{AC}=(2,-4)$, 則下列各敘述何者正確?
 (A) $\triangle ABC$ 的周長為 $\sqrt{13}+3\sqrt{5}$ (B) $\vec{AB} \cdot \vec{BC}=11$
 (C) 若 \vec{AB} 與 \vec{BC} 的夾角為 θ , 則 $\cos\theta < 0$ (D) 向量 $(6,1)$ 是直線 BC 的一個法向量
 (E) 向量 $(1,0)$ 是 $\angle BAC$ 之角平分線的一個方向向量

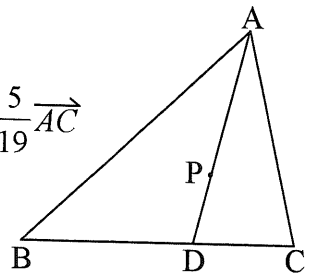
乙、填充題：(70%)

1. 已知以 \vec{OA} 與 \vec{OB} 為兩邊的三角形面積為 5, 則以 $(\vec{OA} + \vec{OB})$ 與 $(\vec{OA} - \vec{OB})$ 為兩鄰邊的平行四邊形面積為何? _____

2. $\triangle ABC$ 內接於半徑為 10 的圓上, 已知 $\angle A = 75^\circ, \angle B = 60^\circ, O$ 為圓心, 求 $|\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}| =$ _____

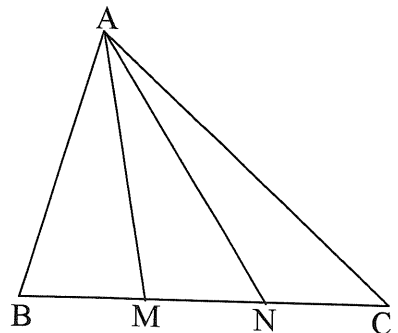
3. 如右圖, $\triangle ABC$ 中, D 為 \overline{BC} 上一點, P 為 \overline{AD} 上一點, 若 $\vec{AP} = \frac{3}{19}\vec{AB} + \frac{5}{19}\vec{AC}$

則 $\frac{\triangle ABD \text{ 面積}}{\triangle ACD \text{ 面積}} =$ _____



4. $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{BC} = 4, \overline{CA} = 3, \overline{AB} = 6, \angle A$ 的分角線交 \overline{BC} 於 T , 求 \overline{AT} 之長? _____

5. 如右圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = 7, \overline{BC} = 9, \overline{AC} = 11, M, N$ 兩點在 \overline{BC} 上, 且 $\overline{BM} = \overline{MN} = \overline{NC}$, 則 $\vec{AM} \cdot \vec{AN}$ 之值為何? _____



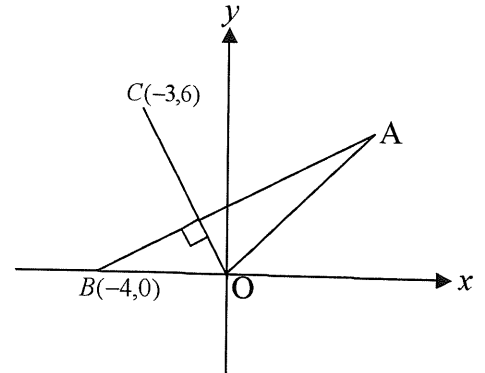
6. 設 $P(x, y)$ 為圖形 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 7 - 2t \end{cases}, -2 \leq t \leq 5$ 上一動點, 若 $\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$ 的最大值為 M , 最小值為 m , 求數對 $(M, m) =$ _____

7. 設 $A(3, -50)$, $B(47, 27)$ 則在 \overline{AB} 上包含 A 、 B 兩點共有 _____ 個格子點. (x 座標與 y 座標都是整數的點稱為格子點).

8. 已知 $a, b, x, y \in R$ 且 $a^2 + b^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 5$, 則 $ay - bx - 3$ 的最大值為何? _____

9. 已知一正方形的中心為 $P(1, 1)$, 且其中一邊所在直線的方程式為 $x + 2y + 2 = 0$, 則此正方形的兩對角線所在直線的方程式為何? _____

10. 如右圖, $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ 且 $B(-4, 0)$, $C(-3, 6)$, 求 \overrightarrow{OA} 在 \overrightarrow{OC} 方向上的正射影為何? _____



11. 已知 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$, 則 $\begin{vmatrix} 3a+2c & 3b+2d \\ 2a-3c & 2b-3d \end{vmatrix}$ 之值為 _____

12. 設平面上三點 $A(-2, 3)$, $B(3, 1)$, $C(6, 6)$, 若點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$, 其中 $-1 \leq r \leq 3$, $-2 \leq s \leq 1$, 求 P 點所成區域的面積為何? _____

丙、計算證明題：(14%)

1. $\triangle ABC$ 中, $\overline{BC} = 2\sqrt{13}$, $\overline{CA} = 8$, $\overline{AB} = 6$, O 為 $\triangle ABC$ 的外心

(1) 若 $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 求數對 $(x, y) = ?$ (6分)

(2) 延長 \overline{AO} 交 \overline{BC} 於 D 點, 若 $\overrightarrow{AD} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}$, 求數對 $(p, q) = ?$ (2分)

2. 試利用向量的正射影證明：

點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離為 $d(P, L) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ (6分)

國立武陵高中 102 學年度第一學期期末考高二數學科(二、三類組)答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

甲、多重選擇題：16% (每題 8 分, 錯一個選項得 5 分, 錯二個選項得 2 分, 錯三個或三個以上不給分)

1	CE	2	CDE
---	----	---	-----

乙、填充題：(70%)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分數	8	16	24	32	40	46	52	56	60	64	67	70

1	20	2	$5(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	3	$\frac{5}{3}$
4	$\frac{\sqrt{130}}{3}$	5	$\frac{125}{2}$	6	$(\sqrt{85}, \sqrt{5})$
7	12	8	$3\sqrt{5} - 3$	9	$x - 3y + 2 = 0$ $3x + y - 4 = 0$
10	$(\frac{-4}{5}, \frac{8}{5})$	11	-26	12	372

丙、計算證明題：(14%)

1. (1) $(\frac{2}{9}, \frac{5}{12})$ (6分)

(2) $(\frac{8}{23}, \frac{15}{23})$ (2分)

2. 略 (6分)