

武陵高中 101 學年度第二學期高二數學(自然組)期末考試題卷

二年____班 座號_____姓名_____

一、單選題 (2 題 每題 6 分 共 12 分)

- () 1. 關於方程式 $ax^2 + by^2 + 6x + cy = 0$ 下列敘述何者錯誤？
 (A) 若圖形為圓，則 $a = b$ (B) 若圖形為拋物線，則 $ab = 0$
 (C) 若 $a > b > 0$ ，則圖形為橢圓 (D) 若 $ab < 0$ ，則圖形為雙曲線
 (E) 若 $b = c = 0$ ， $a \neq 0$ ，則圖形為兩平行直線
- () 2. 橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，下列各點何者在橢圓的外部？
 (A) (5, 0) (B) (-3, 2) (C) $(\sqrt{20}, 3)$ (D) (3, 3) (E) $(0, -\sqrt{15})$

二、多選題 (2 題 每題 8 分 共 16 分) 答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 0 分

- () 1. 兩個相異的拋物線 Γ_1, Γ_2 有相同的焦距和準線，焦點分別為 F_1, F_2 ，頂點分別為 V_1, V_2 ，下列敘述何者正確？
 (A) 兩拋物線的頂點連線會平行準線
 (B) 兩拋物線不可能恰相交於兩點
 (C) Γ_1 上有一弦長度為 6， Γ_2 上也有一弦長度為 6，則兩條弦必定平行
 (D) Γ_1, Γ_2 若互相對稱於直線 L ，則 $\overline{F_1 F_2}$ 垂直直線 L
- () 2. 某雙曲線的貫軸長為 $2a$ ，共軛軸長為 $2b$ ，關於雙曲線的漸近線下列敘述哪些是正確的？
 (A) 漸近線的斜率為 $\pm \frac{b}{a}$
 (B) 漸近線相交於中心
 (C) 貫軸上任意一點到兩漸近線距離相等
 (D) 雙曲線上任意一點到兩漸近線的距離乘積為定值

三、填充題 (共 58 分) 配分

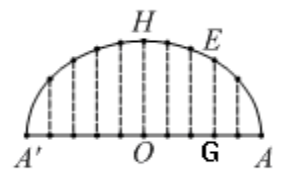
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
分數	9	18	26	34	41	47	52	55	58

1. 橢圓通過 $(2, \sqrt{3})$ ，中心在原點，長軸在 x 軸上，且正焦弦長為 2，試求橢圓的長軸長_____
2. 某雙曲線方程式為 $9x^2 - 4y^2 + 18x + 16y + 137 = 0$ ，求兩焦點的坐標_____
3. 某雙曲線的兩條漸近線為 $x + 2y = 5$ ， $x - 2y = -3$ ，並且此雙曲線焦點為 $(1, -3)$ ，求此雙曲線方程式_____
4. 拋物線 I 的焦點為 F ，拋物線上 A, B 兩點，若 $\triangle FAB$ 為面積 $9\sqrt{3}$ 的正三角形，求拋物線的焦距_____

5. 雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1$ 與圓 $(x-3)^2 + y^2 = 16$ 所相交的3點 A, P, Q ，若 $A(-10)$ 、 $F_1(3,0)$ ，求四邊形 APF_1Q 的面積_____
6. 橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上有幾個點與焦點 F_1 的距離正好是整數值？_____
7. 拋物線 Γ 過 $(-5,3)$ 且與 $16(x+1) = -(y-1)^2$ 共焦點，共對稱軸。求拋物線的方程式_____
8. 方程式 $\sqrt{(x-9)^2 + (y-12)^2} + \sqrt{(x+9)^2 + (y+12)^2} = 40$ 上的點形成的圖形是橢圓，求長軸上的頂點座標_____
9. 圓 $C_1: x^2 + (y-3)^2 = 1$ ，圓 $C_2: x^2 + (y+3)^2 = 81$ ，若圓 C 和圓 C_1 外切且與圓 C_2 內切，所有滿足此條件的圓 C ，其圓心所成的軌跡的方程式_____

四、計算題 (2 小題共 14 分)

1. 如圖所示，有一座半橢圓形的大橋，已知 $\overline{AG} = 40$ 公尺， $\overline{A'G} = 160$ 公尺，設橋中心點為 O ，鋼架的最高點為 H 且 $\overline{OH} = 60$ 公尺，則鋼架 \overline{EG} 的高度為多少公尺？ (6 分)



2. 討論 $\frac{x^2}{2k-5} + \frac{y^2}{k+3} = 1$ 的圖形 (1)當圖形為雙曲線時，求實數 k 的範圍 (3 分)
- (2)當圖形為上下型的橢圓時，求實數 k 的範圍 (5 分)

武陵高中 101 學年度第二學期高二數學(自然組)期末考答案卷

二年 班 座號 姓名

一、單選題 (2 題 每題 6 分 共 12 分)

1	D	2	C
---	---	---	---

二、多選題 (2 題 每題 8 分 共 16 分) 答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 0 分

1	BD	2	BCD
---	----	---	-----

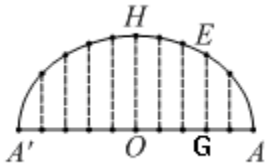
三、填充題 (共 58 分)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
分數	9	18	26	34	41	47	52	55	58

1. 8	2. $(-1, 2 \pm 2\sqrt{13})$	3. $\frac{(y-2)^2}{5} - \frac{(x-1)^2}{20} = 1$	4. $\frac{6 \pm 3\sqrt{3}}{2}$	5. $\frac{32\sqrt{2}}{3}$
6. 12	7. $-4(x+4) = (y-1)^2$ $4(x+6) = (y-1)^2$	8. $(12, 16), (-12, -16)$	9. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$	

四、計算題 (2 小題共 14 分)

1. 如圖所示，有一座半橢圓形的大橋，已知 $\overline{AG} = 40$ 公尺， $\overline{A'G} = 160$ 公尺，設橋中心點為 O ，鋼架的最高點為 H 且 $\overline{OH} = 60$ 公尺，則鋼架 \overline{EG} 的高度為多少公尺？
(6 分)



(48m)

2. 討論 $\frac{x^2}{2k-5} + \frac{y^2}{k+3} = 1$ 的圖形

(1) 當圖形為雙曲線時，求實數 k 的範圍 (3 分)

$$-3 < k < \frac{5}{2}$$

(2) 當圖形為上下型的橢圓時，求實數 k 的範圍 (5 分)

$$\frac{5}{2} < k < 8$$

單選 1 (D) 當方程式為 $x^2 - y^2 + 6x + 6y = 0 \Rightarrow (x+3)^2 - (y-3)^2 = 0$ 並非雙曲線

(E) $ax^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(ax+6) = 0$ 符合此方程式的 (x, y) 為 $x=0$ 與 $ax+6=0$ 兩平行直線

填充 6 橢圓上距離 F 最近的點為長軸上的頂點，距離為 1

橢圓上距離 F 距離為 2~6 的點各有兩個

橢圓上距離 F 最遠的點為長軸上的頂點，距離為 7 \Rightarrow 共有 $1+2+2+2+2+2+1=12$ 個點

填充 5 $\overline{PF_1} = 4, \overline{PF_2} = 6 \Rightarrow \triangle PF_1F_2$ 為邊長 4, 6, 6 的三角形 $\Rightarrow \triangle PF_1F_2$ 面積為 $8\sqrt{2}$

$$4 : 6 : \overline{AF_1} : \overline{AF_2} = \triangle PAF_1F_2 \Rightarrow \triangle PAF_1 = \frac{2}{3} \triangle PAF_2 = \frac{1}{3} \triangle PAF_2$$

$$\text{所求為 } 2 \times \triangle PAF_1 = \frac{32\sqrt{2}}{3}$$