

桃園市立武陵高級中學 109 學年度第二學期第一次期中考高一數學科試題卷

一.多重選擇題(共 28 分，每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 1 分)

1.已知等差數列 $\langle a_n \rangle = \langle 100, 97, 94, \dots \rangle$ ，且 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，試選出正確的選項。

(1)公差為 3 (2) $a_{33} = 1$ (3) $S_{33} = 1716$ (4)若 $S_n < 0$ ，則 n 的最小值為 68 (5) $S_{30} = 3(S_{20} - S_{10})$ 。

2.設兩變量 x 與 y 的 n 筆數據為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，其關係為 $y_i = -3x_i + 64$ ($i = 1, 2, \dots, n$)，

已知數據 x 的算術平均數為 12，標準差為 4，則下列選項哪些是正確的？

(1)數據 y 的算術平均數為 28 (2)數據 y 的標準差為 -12 (3) x 與 y 的相關係數為 -1

(4)若 $S_{xx} = 320$ ，則可知數據 x 共有 20 筆數據 (5) y 對 x 的迴歸直線必過點(0,64)。

3.有 30 筆數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, 30$ ，其中平均數 $\mu_x = 60$ ， $\mu_y = 70$ ， x 與 y 的相關係數為 0.8，

且 y 對 x 的迴歸直線方程式通過點(20,40)，試問下列敘述哪些是正確的？

(1) y 對 x 的迴歸直線斜率為 0.75

(2) x 的標準差小於 y 的標準差

(3) y 對 x 的迴歸直線通過另一點(76,84)

(4)若 $x'_i = 3x_i + 2$ ， $y'_i = -2y_i + 10$ ，則 x' 與 y' 的相關係數為 -0.8

(5)承(4)， y' 對 x' 的迴歸直線斜率為負數。

4.從 1 到 500 的正整數中挑選 4 個相異的數字，使這 4 個數由小到大排列後形成一個等差數列，

已知此等差數列的首項為 32，則下列哪些數不可能出現在所挑選的 4 個數中？

(1)91 (2)190 (3)491 (4)348 (5)500。

二.填充題(共 54 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	24	30	36	42	46	50	54

1.已知 x 與 y 的 6 筆數據如下表，試問：

(1) x 與 y 的相關係數為_____。

(2)若利用最小平方法，求得 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = a + bx$ ，則 $a \times b =$ _____。

x	1	2	3	4	5	9
y	17	24	21	14	10	10

2.設 S_n 為等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和，若 $\frac{S_3}{S_6} = \frac{2}{5}$ ，則 $\frac{S_6}{S_{12}} =$ _____。

3.已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 > 0$ ，公比 $r > 1$ ，且 $3a_5 + a_7 = 4a_6$ ，若此數列中有兩相異項 a_i ， a_j 滿足 $\sqrt{a_i \times a_j} = a_7$ ，則 $r + i + j$ 之值為_____。

4. 某校統計發現 108 年與 109 年學生人數的成長率分別為 25%、28%，若 108 年、109 年、110 年這三年學生人數的平均成長率要大於或等於 40%，則 110 年的成長率至少要為_____%。

5. 在數列 $\langle a_n \rangle$ 中，已知 $a_2 = 10$ ， $a_8 = 23$ ， $a_{15} = -8$ 且 $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = 40$ ， n 為任意正整數，試求 $a_{2021} =$ _____。

6. 已知兩筆資料 $X: x_1, x_2, \dots, x_{100}$ 與 $Y: y_1, y_2, \dots, y_{100}$ ，其中 $x_i = y_i^2$ ， $i = 1, 2, \dots, 100$ 。若資料 Y 的算術平均數為 20，標準差為 5，則資料 X 的算術平均數為_____。

7. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項的和 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 2^n(n^2 - 2n)$ ，則此數列的第 n 項 $a_n =$ _____。

8. 在 1 與 4 之間插入 $n(n \in N)$ 個數後，此 $n+2$ 個數成等比數列，假設此等比數列所有項(包含 1 與 4)的乘積為 c_n ，試問：若 $c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n \geq 20000$ ，則 n 的最小值為_____。

三. 組合題(共 10 分，每題 5 分)

已知級數 $\frac{2^2}{1} + \frac{2^2+4^2}{2} + \frac{2^2+4^2+6^2}{3} + \dots + \frac{2^2+4^2+\dots+(2k)^2}{k} + \dots + \frac{2^2+4^2+\dots+20^2}{10}$ 的和為 S ，試回答下列問題。

1. 通項 $\frac{2^2+4^2+\dots+(2k)^2}{k}$ 的值為下列哪一個選項?

- (1) $\frac{13}{3}k^2 - \frac{4}{3}k + 1$ (2) $\frac{13}{3}k^2 - 10k + \frac{29}{3}$ (3) $-\frac{16}{3}k^2 + 22k - \frac{38}{3}$ (4) $\frac{4}{3}k^2 + 2k + \frac{2}{3}$ (5) $\frac{4}{3}k^2 + \frac{2}{3}k + 2$

2. 利用上題的答案，我們可以求出級數和 S 的值為_____。

四. 計算證明題(8 分)

1. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{3a_{n-1} - 1}{4a_{n-1} - 1} \quad (n \geq 2, n \in N) \end{cases}$ ，則

- (1) 試推測一般項 a_n 。(2 分) (2) 用數學歸納法證明推測正確。(6 分)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一. 多重選擇題(共 28 分，每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 1 分)

1.	2.	3.	4.
(3)(4)(5)	(1)(3)(4)(5)	(1)(4)(5)	(4)

二. 填充題(共 54 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	24	30	36	42	46	50	54

1.(1)	1.(2)	2.
$\frac{-15}{\sqrt{415}}$	-33	$\frac{5}{14}$
3.	4.	5.
17	71.5	15
6.	7.	8.
425	$2^{n-1}(n^2-3)$	12

三. 組合題(共 10 分，每題 5 分)

1.	2.
(4)	630

四. 計算證明題(8 分)

1.

(1) $a_n = \frac{n}{2n-1}$ (2 分)

(2) ① $n=1$ 時， $a_1 = \frac{1}{2 \times 1 - 1} = 1$

所以 $n=1$ 時正確。(1 分)

② 設 $n=k(k \in N)$ 時正確，亦即 $a_k = \frac{k}{2k-1}$

$$\text{當 } n=k+1 \text{ 時， } a_{k+1} = \frac{3a_k - 1}{4a_k - 1} = \frac{3 \times \left(\frac{k}{2k-1}\right) - 1}{4 \times \left(\frac{k}{2k-1}\right) - 1} = \frac{3k - (2k-1)}{4k - (2k-1)} = \frac{(k+1)}{2(k+1)-1} \quad (4 \text{ 分})$$

所以 $n=k+1$ 時亦正確。故由①②及數學歸納法知 $a_n = \frac{n}{2n-1}$ 對 $\forall n \in N$ 恆成立。(1 分)

桃園市立武陵高級中學 109 學年度第二學期第一次期中考高一數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一.多重選擇題(共 28 分，每題全對得 7 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 1 分)

1.	2.	3.	4.

二.填充題(共 54 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	10	18	24	30	36	42	46	50	54

1.(1)	1.(2)	2.
3.	4.	5.
6.	7.	8.

三.組合題(共 10 分，每題 5 分)

1.	2.

四.計算證明題(8 分)

1.
